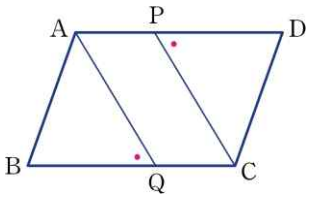
중2-2 정리 문제(해법 최)

기말고사 대비

이젠 시험을 잘 봐야지…….

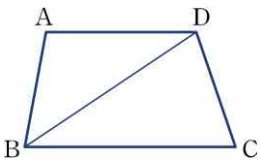
사각형의 성질

1. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle AQB = \angle CPD$ 이면 $\square AQCP$가 평행사변형임을 증명하여라.

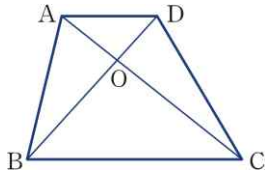


2. 평행사변형 ABCD에 대하여 $\angle A = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면, 이 평행사변형은 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

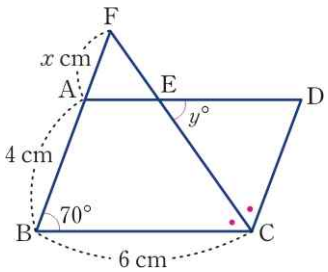
3. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle ABD$와 $\triangle DBC$의 넓이의 비가 5 : 7일 때, $\overline{AD} : \overline{BC}$를 구하여라.



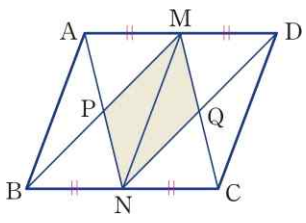
4. 오른쪽 그림에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$일 때, $\triangle ABC$와 넓이가 같은 삼각형을 구하여라.



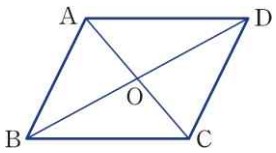
5. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle C$의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, $\overline{AB}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. 이때, x, y의 값을 구하여라.



6. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$의 중점이다. 이때, 사각형 MPNQ가 평행사변형임을 증명하여라. (단, 점 P는 $\overline{AN}$, $\overline{BM}$의 교점, 점 Q는 $\overline{MC}$, $\overline{ND}$의 교점이다.)



7. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD가 다음 조건을 만족하면 각각 어떤 도형이 되는지 말하여라. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



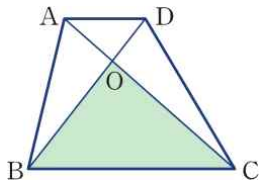
(1) $\angle A = 90°$

(2) $\overline{AB} = \overline{BC}$

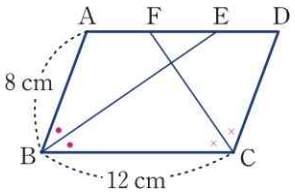
(3) $\angle ACB = \angle ACD$

(4) $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, $\overline{AO} = \overline{BO}$

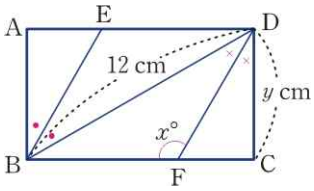
8. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O이고, $\triangle DBC = 60\ cm^2$, $\triangle ABO = 20\ cm^2$일 때, $\triangle OBC$의 넓이를 구하여라.



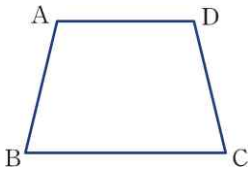
9. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB} = 8\ cm$, $\overline{BC} = 12\ cm$이고, $\angle B$와 $\angle C$의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 할 때, $\overline{FE}$의 길이를 구하여라.



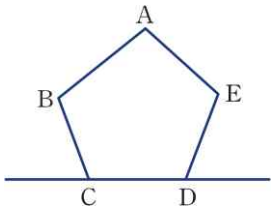
10. 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD의 대각선 BD에 대하여 $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 하면 사각형 EBFD는 마름모가 된다. 이때, x, y의 값을 구하여라.



11. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\angle B = \angle C$이면 $\overline{AB} = \overline{DC}$임을 증명하여라.



12. 오른쪽 그림과 같은 오각형 ABCDE에서 $\overline{CD}$의 연장선 위에 두 점 P, Q를 잡으려 한다. $\triangle APQ$의 넓이와 오각형 ABCDE의 넓이가 같아지도록 하는 두 점 P, Q를 표시하여라.



13. 다음 □ABCD 중에서 평행사변형이 아닌 것은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

① $\angle A=110°, \angle B=70°, \angle C=110°$

② $\overline{OA}=6$, $\overline{OB}=4$, $\overline{OC}=6$, $\overline{OD}=4$

③ $\overline{AB}\parallel\overline{DC}$, $\angle A=60°$, $\angle B=120°$

④ $\overline{AB}\parallel\overline{DC}$, $\overline{AB}=6$, $\overline{DC}=6$

⑤ $\overline{AB}=\overline{BC}=8$, $\overline{CD}=\overline{DA}=10$

14. 평행사변형 ABCD에서 $\angle A=90°$일 때, 이 사각형의 성질로 옳은 것은? (정답 2개)

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

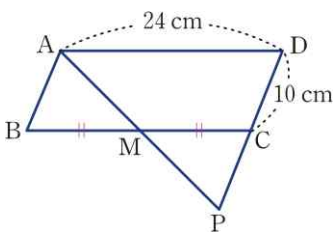
② 두 대각선의 길이가 같다.

③ 두 대각선이 서로 직교한다.

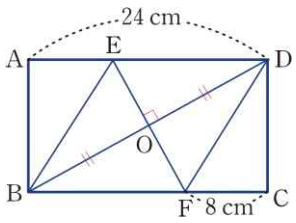
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분 한다.

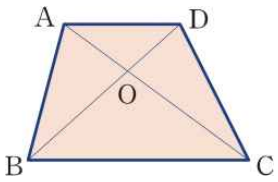
15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$의 중점 M에 대하여 선분 AM의 연장선이 $\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을 P라 고 할 때, $\overline{CP}$의 길이를 구하여라.



16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{OB}=\overline{OD}$, $\overline{BD}\perp\overline{EF}$일 때, $\overline{BE}$의 길이를 구하여라.



17. [서술형] 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle OAD=3cm^2$, $\overline{OA}:\overline{OC}=1:2$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



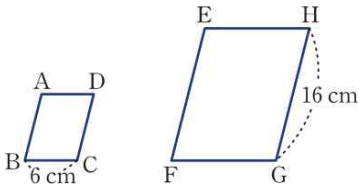
도형의 닮음

18. 다음 두 도형 중 서로 닮음인 것을 찾아라.

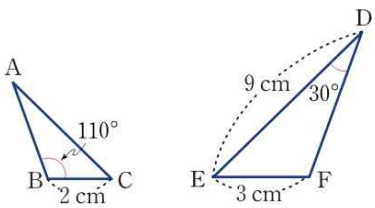
(1) 두 정오각형　　(2) 두 부채꼴

(3) 두 원기둥　　(4) 두 정육면체

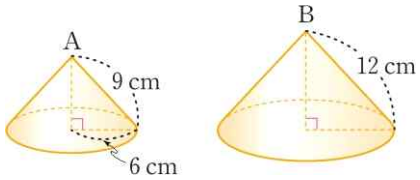
19. 오른쪽 그림에서 □ABCD와 □EFGH는 평행사변형 이고, □ABCD∽□EFGH이다. 닮음비가 1 : 2일 때, □ABCD와 □EFGH의 둘레의 길이를 각각 구하여라.



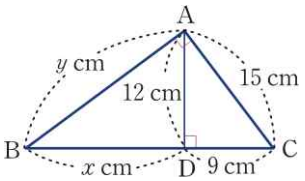
20. 오른쪽 그림에서 △ABC∽△DFE일 때, $\overline{AC}$의 길이와 ∠E의 크기를 각각 구하여라.



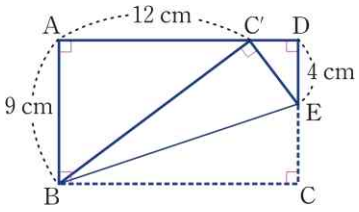
21. 오른쪽 그림에서 두 원뿔 A, B가 닮은 도형일 때, 원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



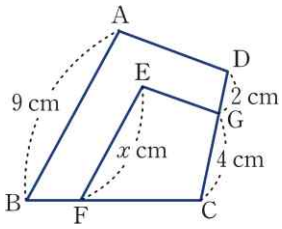
22. 오른쪽 그림과 같이 ∠A = 90°인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$일 때, x, y의 값을 구하여라.



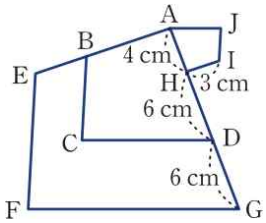
23. 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{BE}$를 접는 선으로 하여 꼭짓점 C가 $\overline{AD}$ 위의 점 C′에 오도록 접었을 때, $\overline{BC'}$의 길이를 구하여라.



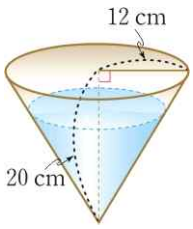
24. 오른쪽 그림에서 □ABCD와 □EFCG가 닮음의 위치에 있고 점 C가 닮음의 중심일 때, x의 값을 구하여라.



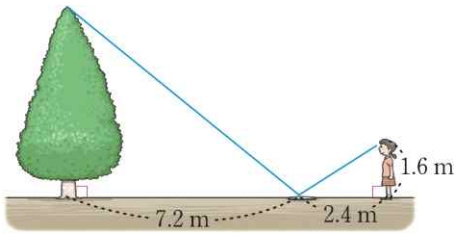
25. 오른쪽 그림에서 □ABCD∽□AEFG, □ABCD∽□HIJA이다. AH = 4 cm, HD = 6 cm, $\overline{DG}$ = 6 cm, $\overline{HI}$ = 3 cm일 때, $\overline{BE}$의 길이를 구하여라.



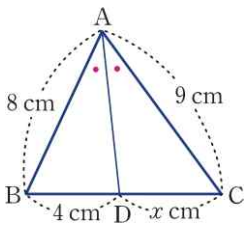
26. 오른쪽 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 물을 부어 높이의 $\frac{3}{4}$만큼을 채웠다고 할 때, 그릇을 가득 채우기 위하여 더 부어야 하는 물의 양을 구하여라.



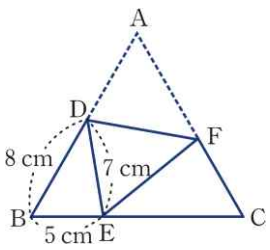
27. 예진이는 다음 그림과 같이 거울을 이용하여 나무의 높이를 측정하려고 한다. 예진이의 눈높이는 1.6 m이고 나무와 예진이가 거울로부터 각각 7.2 m, 2.4 m씩 떨어져 있을 때, 나무의 높이를 구하여라.



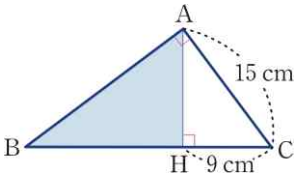
28. 오른쪽 그림에서 ∠BAD = ∠CAD일 때, x의 값을 구하여라.



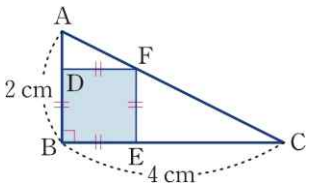
29. 오른쪽 그림의 정삼각형 ABC에서 $\overline{DF}$를 접는 선으로 하여 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 E에 오도록 접었다. $\overline{BE}$ = 5 cm, $\overline{ED}$ = 7 cm, $\overline{DB}$ = 8 cm일 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.



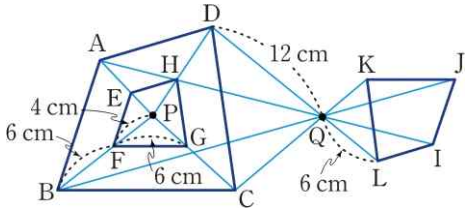
30. 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AC} = 15\ \text{cm}$, $\overline{CH} = 9\ \text{cm}$일 때, $\triangle ABH$의 넓이를 구하여라.



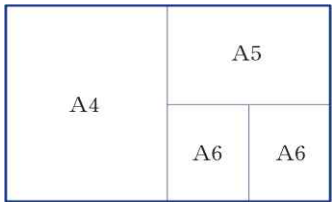
31. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = 2\ \text{cm}$, $\overline{BC} = 4\ \text{cm}$인 직각삼각형 ABC안에 꼭짓점 F가 $\overline{AC}$ 위에 있는 정사각형 DBEF를 그릴 때, $\square DBEF$의 넓이를 구하여라.



32. 다음 그림에서 $\square ABCD$와 $\square EFGH$는 점 P를 닮음의 중심으로 하여 닮음의 위치에 있고, $\square ABCD$와 $\square IJKL$은 점 Q를 닮음의 중심으로 하여 닮음의 위치에 있다. $\overline{PF} = 4\ \text{cm}$, $\overline{FB} = \overline{FG} = \overline{QL} = 6\ \text{cm}$, $\overline{DQ} = 12\ \text{cm}$일 때, $\overline{JK}$의 길이를 구하여라.

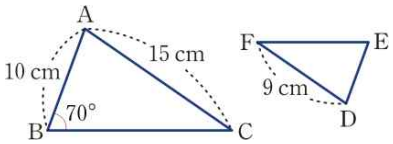


33. 다음 그림과 같이 A4용지를 계속 반으로 자를 때, 종이의 크기를 각각 A4, A5, A6, …이라고 한다. A4와 A6의 닮음비는?



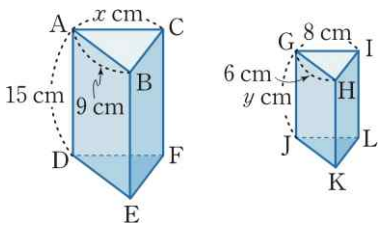
① 2 : 1 ② 3 : 1 ③ 4 : 1
④ 5 : 1 ⑤ 5 : 2

34. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, 옳지 않은 것은?



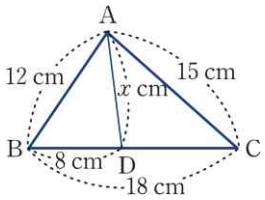
① 점 C에 대응하는 점은 점 F이다.
② $\angle E$의 크기는 $70°$이다.
③ $\overline{AB}$에 대응하는 변은 $\overline{DE}$이다.
④ $\overline{BC} : \overline{DF} = 5 : 3$이다.
⑤ $\overline{DE}$의 길이는 $6cm$이다.

35. 다음 그림에서 두 삼각기둥은 닮은 도형이고, $\overline{AB}$와 $\overline{GH}$가 대응하는 모서리일 때, x, y의 값은?

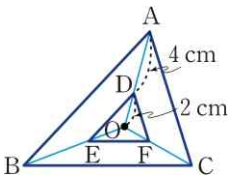


① $x = 12$, $y = 9$ ② $x = 12$, $y = 10$
③ $x = 15$, $y = 9$ ④ $x = 15$, $y = 10$
⑤ $x = 15$, $y = 12$

36. 오른쪽 그림에서 x의 값은?



37. 오른쪽 그림에서 △ABC와 △DEF는 점 O를 중심으로 닮음의 위치에 있다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① 닮음의 중심은 점 O이다.

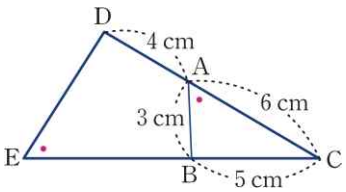
② $\overline{AC} /\!/ \overline{DF}$

③ $\overline{OF} : \overline{OC} = 1 : 3$

④ $\overline{OA} : \overline{DA} = \overline{AB} : \overline{DE}$

⑤ △ABC와 △DEF의 닮음비는 3 : 1이다.

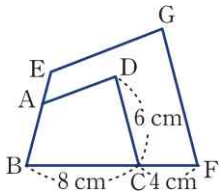
38. 다음 그림에서 $\angle BAC = \angle E$일 때, $\overline{CE}$의 길이와 $\overline{DE}$의 길이의 합은?



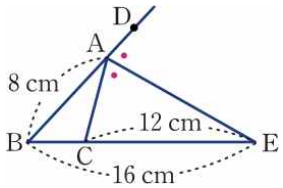
① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

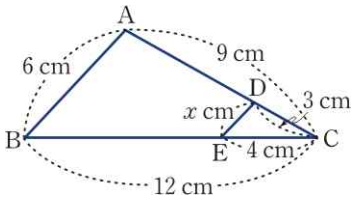
39. 오른쪽 그림에서 □ABCD와 □EBFG는 닮음의 위치에 있으며 점 B는 닮음의 중심이다. $\overline{BC} = 8$ cm, $\overline{CF} = 4$ cm, $\overline{CD} = 6$ cm일 때, $\overline{GF}$의 길이를 구하여라.



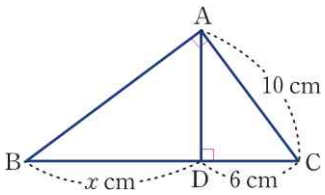
40. 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{BA}$의 연장선 위의 한 점을 D라 하고, ∠DAC의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 E라고 할 때, $\overline{AB} = 8$ cm, $\overline{BE} = 16$ cm, $\overline{CE} = 12$ cm이다. 이때, $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.



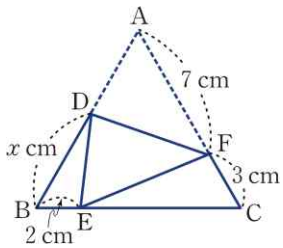
41. 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.



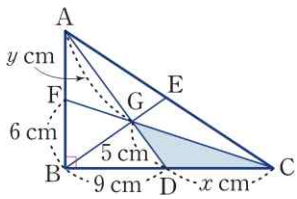
42. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$일 때, x의 값을 구하여라.



43. 다음 그림은 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A가 변 BC 위의 점 E에 오도록 접은 것이다. $\overline{BE} = 2$ cm, $\overline{AF} = 7$ cm, $\overline{FC} = 3$ cm일 때, x의 값을 구하여라.



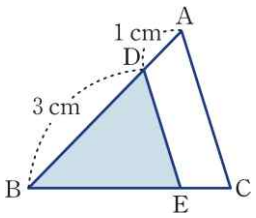
44. 오른쪽 그림에서 점 G는 직각삼각형 ABC의 무게중심이고, $\overline{BD} = 9$ cm, $\overline{BF} = 6$ cm, $\overline{GD} = 5$ cm일 때, 다음 물음에 답하여라.



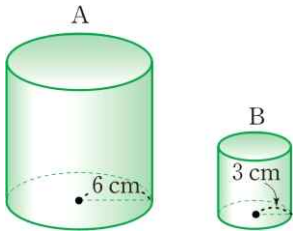
(1) x, y의 값을 구하여라.

(2) $\triangle GDC$의 넓이를 구하여라.

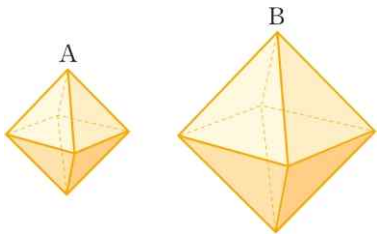
45. 오른쪽 그림에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$이고, $\overline{BD} = 3$ cm, $\overline{DA} = 1$ cm이다. $\triangle ABC$의 넓이가 8 cm^{2}일 때, $\triangle DBE$의 넓이를 구하여라.



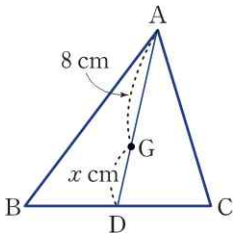
46. 오른쪽 그림의 두 원기둥 A, B는 닮은 도형이고, A와 B의 밑면의 반지름의 길이가 각각 $6cm$, $3cm$이다. A의 부피가 48π cm^{3}일 때, B의 부피를 구하여라.



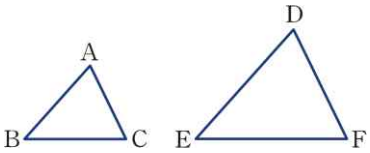
47. 오른쪽 그림의 두 정팔면체 A, B는 닮은 도형이고, 한 면의 넓이의 비는 9 : 25이다. 두 정팔면체 A, B의 부피의 비를 구하여라.



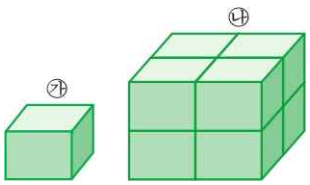
48. 오른쪽 그림에서 점 G가 △ABC의 무게 중심일 때, x의 값을 구하여라.



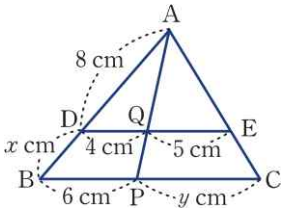
49. 오른쪽 그림에서 △ABC와 △DEF는 닮은 도형이고, 닮음비는 2 : 3이다. △ABC와 △DEF의 넓이의 비를 구하여라.



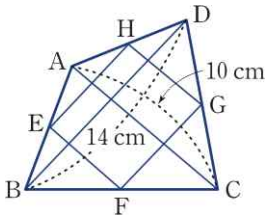
50. 오른쪽 그림에서 직육면체 ㉡는 직육면체 ㉮의 각 모서리의 길이를 2배 확대한 것이다. ㉮와 ㉡의 부피의 비를 구하여라.



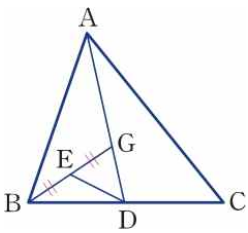
51. 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x, y의 값을 구하여라.



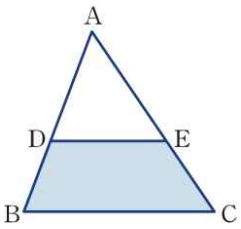
52. 오른쪽 그림과 같이 □ABCD의 네 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 하고 $\overline{AC} = 10$ cm, $\overline{BD} = 14$ cm일 때, □EFGH의 둘레의 길이를 구하여라.



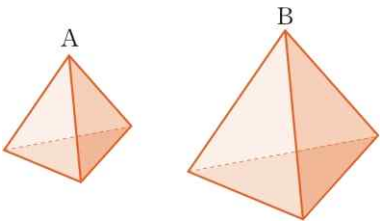
53. 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게 중심이고 $\overline{BE} = \overline{GE}$이다. $\triangle BDE = 5\ \text{cm}^2$일 때, △ABC의 넓이를 구하여라.



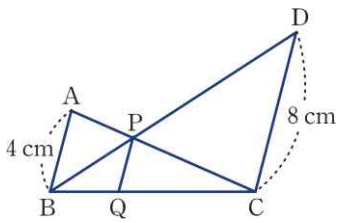
54. 오른쪽 그림에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이고, $\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 5$이다. $\triangle ADE = 18\ cm^2$일 때, $\square DBCE$의 넓이를 구하여라.



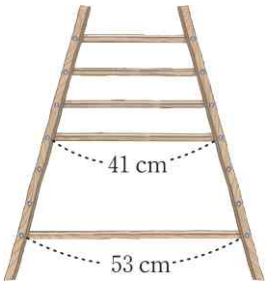
55. 오른쪽 그림에서 두 사면체 A, B는 닮은 도형이고, 닮음비는 2 : 3이다. 사면체 B의 부피가 $621\ cm^3$일 때, 사면체 A의 부피를 구하여라.



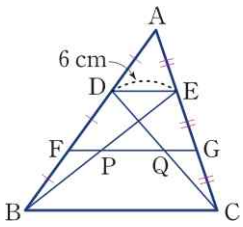
56. 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{PQ} /\!/ \overline{DC}$일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.



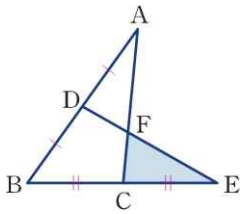
57. 오른쪽 그림과 같이 일정한 간격으로 다리가 놓여 있는 사다리에서 다리 중 두 개가 파손되어 없어져 새로 만들어야 한다. 이때, 새로 만들어야 할 두 다리의 길이의 합을 구하여라. (단, 사다리의 다리들은 서로 평행하다.)



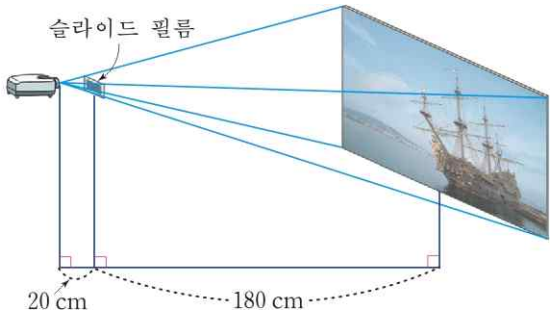
58. 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서 D, F와 E, G는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 삼등분 점이다. 이때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.



59. 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서 변 BC의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$인 점 E를 잡아 $\overline{AB}$의 중점 D와 연결할 때, $\overline{AC}$와 만나는 점을 F라고 한다. $\triangle ABC = 21\ cm^2$일 때, $\triangle FCE$의 넓이를 구하여라.

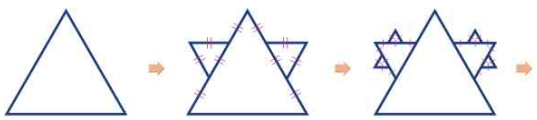


60. 다음 그림과 같이 넓이가 $10\,\text{cm}^2$인 직사각형 모양의 슬라이드 필름이 프로젝터 렌즈로부터 $20\,\text{cm}$ 떨어진 곳에 있고 스크린은 필름으로부터 $180\,\text{cm}$ 떨어진 곳에 있다. 슬라이드 필름과 스크린에 비친 영상은 서로 닮음일 때, 스크린에 비친 영상의 넓이를 구하여라.



61. 다음과 같은 규칙에 의하여 <그림 1>, <그림 2>, <그림 3> 을 그렸다. <그림 1>의 정삼각형의 넓이가 $81\,\text{cm}^2$일 때, <그림 4>의 도형의 넓이를 구하여라.

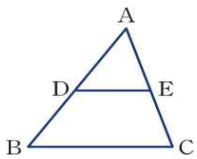
㉠ 정삼각형의 두 변을 각각 삼등분하여 그중 가운데 선분을 한 변으로 하는 정삼각형을 원래 삼각형 위에 그린다.
㉡ 새로 생긴 모든 삼각형에 ㉠과 같은 작업을 반복한다.



〈그림 1〉 〈그림 2〉 〈그림 3〉 〈그림 4〉

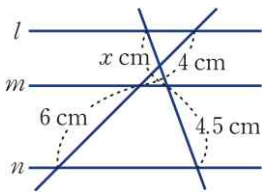
62. 승민이는 크기가 다른 세 원기둥 모양의 빵으로 3단 케이크를 만들기 위하여 총 $495\,\text{g}$의 반죽을 만들었다. 3단 케이크의 제일 아래에 놓일 빵과 가운데 놓일 빵, 맨 위에 놓일 빵의 지름의 길이를 각각 $40\,\text{cm}$, $30\,\text{cm}$, $20\,\text{cm}$로 하고 모두 닮은 도형이 되게 하려면 반죽을 각각 몇 g씩 나눠야 하는지 구하여라.

63. 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



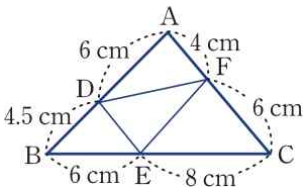
① $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$ ② $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$
③ $\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{AC}:\overline{EC}$ ④ $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{DE}:\overline{BC}$
⑤ $\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$

64. 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값은?



① 2 ② 2.5
③ 3 ④ 3.5
⑤ 4

65. 오른쪽 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 위의 점이다. 다음 중 옳은 것은?

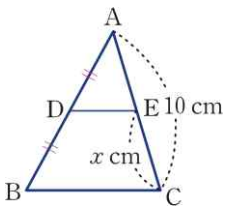


① $\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$ ② $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$

③ $\overline{BC} /\!/ \overline{DF}$ ④ $\triangle ABC \backsim \triangle ADF$

⑤ $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

66. 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 D는 변 AB의 중점이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$일 때, x의 값은?

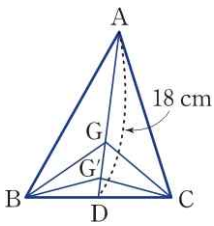


① 3 ② 4

③ 5 ④ 6

⑤ 7

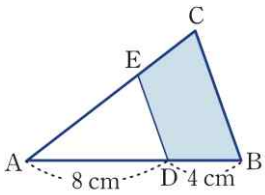
67. 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 G′은 $\triangle GBC$의 무게중심이다. $\overline{AD} = 18$ cm일 때, $\overline{GG'}$의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm

④ 7 cm ⑤ 8 cm

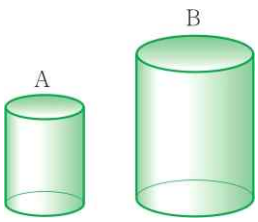
68. 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 8$ cm, $\overline{DB} = 4$ cm이다. $\triangle ADE = 16$ cm^{2}일 때, $\square CEDB$의 넓이는?



① 5 cm^2 ② 10 cm^2 ③ 15 cm^2

④ 20 cm^2 ⑤ 36 cm^2

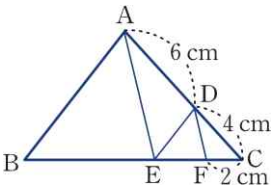
69. 오른쪽 그림과 같이 밑면의 둘레의 길이가 각각 4 cm, 6 cm인 두 원기둥 A, B는 서로 닮음이다. 원기둥 A의 겉넓이가 60 cm^{2}일 때, 원기둥 B의 겉넓이는?



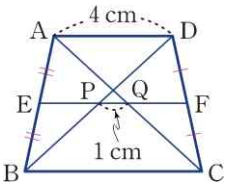
① 120 cm^2 ② 125 cm^2 ③ 130 cm^2

④ 135 cm^2 ⑤ 140 cm^2

70. 오른쪽 그림에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DF}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$일 때, $\overline{BE}$의 길이를 구하여라.

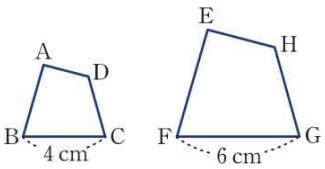


71. 오른쪽 그림에서



$\overline{AD} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{BC}$이고, $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점을 각각 E, F라고 하자. $\overline{AD}=4$ cm, $\overline{PQ}=1$ cm일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

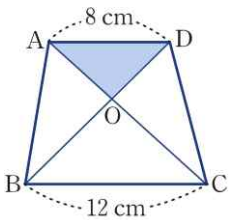
72. 다음 그림에서



□ABCD와 □EFGH는 닮은 도형이고, $\overline{BC}=4$ cm, $\overline{FG}=6$ cm이다.

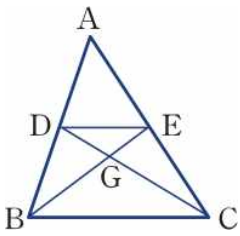
□ABCD의 넓이가 12 cm^2일 때, □EFGH의 넓이를 구하여라.

73. 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AD}=8$ cm, $\overline{BC}=2$ cm인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라고 하자. $\triangle OBC = 36$ cm^2일 때, $\triangle ODA$의 넓이를 구하여라.

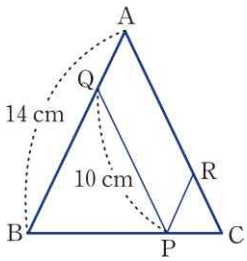
74. 오른쪽 그림에서 점 G는



$\triangle ABC$의 무게중심이고, $\overline{CG}$와 $\overline{BG}$의 연장선이 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라고 하자. $\triangle GED = 6$ cm^2일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.

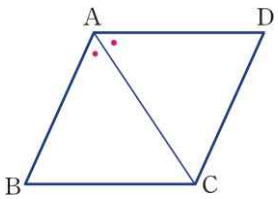
75. 칠판에 그려진 그림을 보고 이랑이는 사다리꼴이라 하고, 승우는 마름모라고 하였다. 또, 원재와 진우는 각각 정사각형과 평행사변형이라고 하였다. 네 사람의 말 중 세 사람의 말은 옳고 한 사람의 말은 틀리다고 할 때, 칠판에 그려진 사각형은 무엇인지 말하여라.

76. 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$는

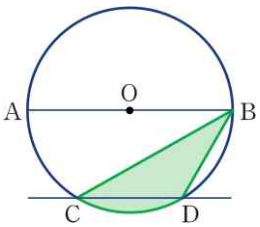


$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고, $\overline{AQ} /\!/ \overline{RP}$, $\overline{AR} /\!/ \overline{QP}$이다. 이때, $\overline{RP}$의 길이를 구하여라.

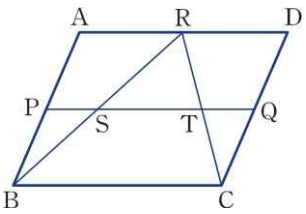
77. 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC는 $\angle A$를 이등분한다. 이때, □ABCD가 마름모임을 증명하여라.



78. 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이다. 호 CD의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{6}$이고 색칠한 부분의 넓이가 $\frac{3}{2}\pi\ \mathrm{cm}^2$일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.

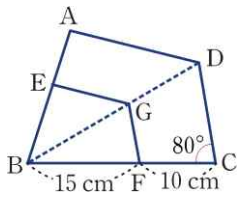


79. 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 변 AB, CD, DA의 중점을 각각 P, Q, R라고 하자. △RST의 넓이가 $6\ \mathrm{cm}^2$일 때, 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하여라.



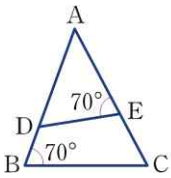
80. 오른쪽 그림에서 □ABCD와 □EBFG가 닮음의 위치에 있을 때, 다음을 구하여라.

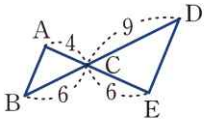
(1) $\angle BFG$의 크기

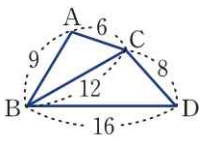


(2) □ABCD와 □EBFG의 닮음비

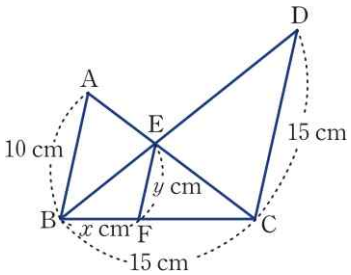
81. 다음 그림에서 △ABC와 닮음인 삼각형을 찾아 기호로 나타내고, 닮음조건을 말하여라.



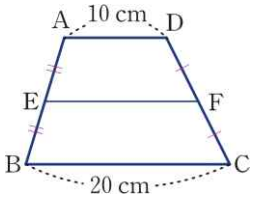




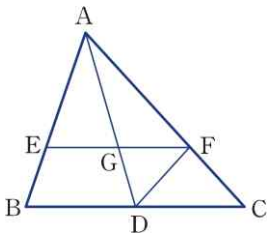
82. 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{DC}$이고 $\overline{AB} = 10\ \mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 15\ \mathrm{cm}$, $\overline{DC} = 15\ \mathrm{cm}$일 때, x, y의 값을 구하여라.



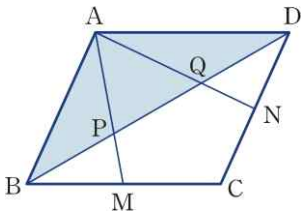
83. 오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 점 E와 점 F는 각각 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$의 중점이고 $\overline{AD} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{BC}$일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하여라.



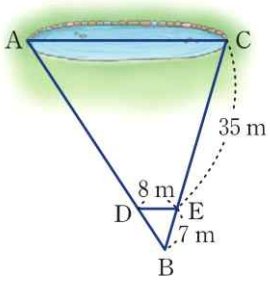
84. 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고 $\overline{EF} /\!/ \overline{BC}$, $\triangle FDC = 6\ \text{cm}^2$일 때, △ABC의 넓이를 구하여라.



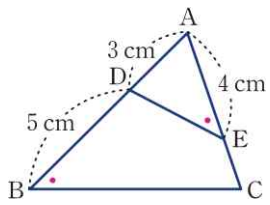
85. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 M, N은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점이다. $\overline{BD} = 12\ \text{cm}$, △ABP의 넓이가 $10\ \text{cm}^2$일 때, $\overline{PQ}$의 길이와 △ABD의 넓이를 구하여라.



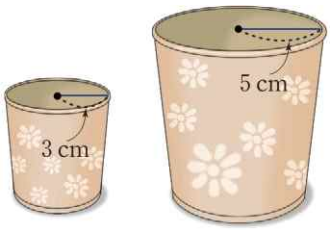
86. 오른쪽 그림은 중간에 호수가 있어 직접 거리를 잴 수 없는 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하기 위해 측량한 것이다. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$일 때, 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하여라.



87. 오른쪽 그림에서 $\angle AED = \angle B$일 때, △ABC와 △AED의 넓이의 비를 구하여라.



88. 어느 가게에서는 오른쪽 그림과 같이 컵 입구의 반지름의 길이가 각각 3 cm, 5 cm이고 서로 닮음인 두 종류의 종이컵에 음료수를 담아 판매한다. 작은 종이컵에 담은 음료수의 가격이 1350원일 때, 큰 종이컵에 담긴 음료수의 가격을 말하여라. (단, 음료수의 가격은 음료수의 부피와 정비례한다.)



중2-2(기말) 정리 문제(해법 최)

1) 풀이 참조

[가정] 평행사변형 ABCD에서 $\angle AQB = \angle CPD$이다.

[결론] □AQCP는 평행사변형이다.

[증명] □ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle AQB = \angle PAQ, \angle CPD = \angle PCQ$이고

$\angle AQB = \angle CPD$이므로

$\angle PAQ = \angle PCQ$ ……①

또, $\angle APC = 180° - \angle CPD$,

$\angle CQA = 180° - \angle AQB$이고

$\angle AQB = \angle CPD$이므로

$\angle APC = \angle CQA$ ……②

①, ②에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AQCP는 평행사변형이다.

2) 정사각형

평행사변형 ABCD에서 $\angle A = 90°$이면 직사각형이 되고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$이면 마름모가 되므로

□ABCD는 정사각형이 된다.

3) $\overline{AD} : \overline{BC} = 5 : 7$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 △ABD와 △DBC의 높이는 같다. 따라서 △ABD와 △DBC의 넓이의 비는 각 각의 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, $\triangle ABD : \triangle DBC = 5 : 7$이므로

$\overline{AD} : \overline{BC} = 5 : 7$이다.

4) △DBC

밑변의 길이와 높이가 같은 두 삼각형은 넓이가 같다. △ABC와 △DBC는 밑변이 공통이고,

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 높이가 같다.

따라서 △ABC와 넓이가 같은 삼각형은 △DBC이다.

5) $x = 2,\ y = 55$

□ABCD가 평행사변형이므로

$\angle BCD = 180° - \angle B$

$= 180° - 70°$

$= 110°$

$\therefore \angle ECB = \frac{1}{2}\angle BCD = 55°$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle y = \angle ECB = 55°$

$\therefore y = 55$

또, △FBC에서

$\angle BFC = 180° - (70° + 55°)$

$= 55°$

△FBC에서 $\angle BFC = \angle BCF = 55°$이므로 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BF} = 6\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AF} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$

$\therefore x = 2$

6) 풀이 참조

[가정] 평행사변형 ABCD에서 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이다. 점 P는 $\overline{AN}$, $\overline{BM}$의 교점, 점 Q는 $\overline{MC}$, $\overline{ND}$의 교점이다.

[결론] □MPNQ는 평행사변형이다.

[증명] □MBND에서

$\overline{MD} /\!/ \overline{BN}$, $\overline{MD} = \overline{BN}$

이므로 □MBND는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{MP} /\!/ \overline{NQ}$ ……①

□ANCM에서

$\overline{AM} /\!/ \overline{NC}$, $\overline{AM} = \overline{NC}$

이므로 □ANCM은 평행사변형이다.

$\therefore \overline{MQ} /\!/ \overline{PN}$ ……②

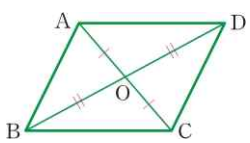
①, ②에서 □MPNQ는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

7) (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 마름모
(4) 정사각형

(1) $\angle A = 90°$이면 $\angle B = \angle C = \angle D = 90°$이므로 □ABCD는 직사각형이 된다.

(2) $\overline{AB} = \overline{BC}$이면 네 변의 길이가 같아지므로 □ABCD는 마름모가 된다.

(3) 오른쪽 그림에서



$\angle ACB = \angle ACD$ ……①

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle CAD = \angle ACB$ (엇각) ……②

①, ②에서 $\angle ACD = \angle CAD$

따라서 △DAC는 이등변삼각형이고

$\overline{OA} = \overline{OC}$이므로

$\angle DOA = \angle DOC = 90°$

□ABCD의 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 □ABCD는 마름모이다.

(4) □ABCD는 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$이면 마름모이고, $\overline{AO} = \overline{BO}$이면 직사각형이므로 □ABCD는 정사각형이다.

8) 40 (cm^2)

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\triangle ABC = \triangle DBC$

$= 60\ (cm^2)$

$\therefore \triangle OBC = \triangle ABC - \triangle ABO$

$= 60 - 20$

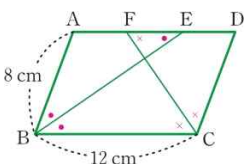
$= 40\ (cm^2)$

9) 4 (cm)

△ABE에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle AEB = \angle EBC$

$\therefore \angle ABE = \angle AEB$



따라서 △ABE는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AE} = \overline{AB} = 8\ (cm)$

△DFC에서 $\overline{FD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DFC = \angle FCB$

$\therefore \angle DFC = \angle DCF$

따라서 △DFC는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} = 8\ (cm)$

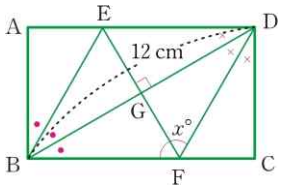
$\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{DF} - \overline{FE}$이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = 12\ (cm)$이므로

$12 = 8 + 8 - \overline{FE}$

$\therefore \overline{FE} = 4\ (cm)$

10) $x = 120$, $y = 6$

□EBFD의 두 대각선의 교점을 G라고 하자.



□EBFD에서 $\angle EBD = \angle FBD$이고 $\angle B = 90°$이므로

$\angle FBD = \frac{1}{3}\angle B = 30°$ ……①

또, $\angle EDB = \angle FDB$이고 $\angle D = 90°$이므로

$\angle FDB = \angle D = 30°$ ……②

①, ②에 의하여 △FBD에서

$\angle DFB = 180° - (\angle FBD + \angle FDB)$

$= 180° - (30° + 30°)$

$= 120°$

$\therefore x = 120$

또, △DGF와 △DCF에서

$\angle DCF = \angle DGF = 90°$ ……③

$\angle GDF = \angle CDF$ ……④

$\overline{DF}$는 공통인 변 ……⑤

③, ④, ⑤에서 두 직각삼각형 DGF와 DCF는 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 합동이다.

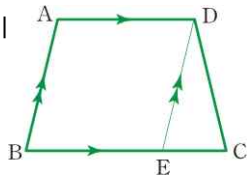
$\therefore \overline{DC} = \overline{DG} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

$= 6\ (cm)$

$\therefore y = 6$

11) 풀이 참조

점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



$\angle B = \angle DEC$

또, $\angle B = \angle C$이므로

$\angle DEC = \angle C$

따라서 △DEC는 이등변삼각형이므로

$\overline{DE} = \overline{DC}$ ……①

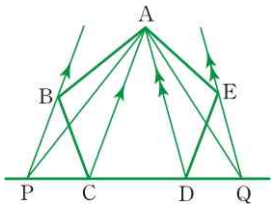
한편, □ABED는 평행사변형이므로

$\overline{AB} = \overline{DE}$ ……②

①, ②에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$

12) 풀이 참조

오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 P라고 하면



$\triangle ABC = \triangle APC$

또, 점 E를 지나고 $\overline{AD}$와 평행한 직선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 Q라고 하면

$\triangle AED = \triangle AQD$

$\therefore$ (오각형 ABCDE의 넓이)

$= \triangle ABC + \triangle ACD + \triangle AED$

$= \triangle APC + \triangle ACD + \triangle AQD$

$= \triangle APQ$

따라서 구하는 두 점 P, Q의 위치는 위의 그림과 같다.

13) 답 ⑤

① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

14) 답 ②, ④
평행사변형 ABCD에서 $\angle A = 90°$이면
$\angle B = \angle C = \angle D = 90°$이므로 □ABCD는 직사각형이 된다. 따라서 직사각형의 성질은 ②, ④이다.

15) 답 10 cm
△ABM과 △PCM에서
$\angle ABM = \angle PCM$ (엇각) ……①
$\angle AMB = \angle PMC$ (맞꼭지각) ……②
$\overline{BM} = \overline{CM}$ ……③
①, ②, ③에서
△ABM ≡ △PCM (ASA 합동)
$\therefore \overline{CP} = \overline{AB}$
이때, □ABCD가 평행사변형이므로
$\overline{AB} = \overline{CD} = 10\ (\text{cm})$
$\therefore \overline{CP} = 10\ (\text{cm})$

16) 답 16 cm
△OED와 △OFB에서 $\overline{ED} /\!/ \overline{BF}$이므로
$\angle ODE = \angle OBF$ (엇각) ……①
$\overline{OD} = \overline{OB}$ ……②
$\angle EOD = \angle FOB$ ……③
①, ②, ③에서
△OED ≡ △OFB (ASA 합동)
$\therefore \overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 □EBFD는 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.
$\therefore \overline{BE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC}$
$= 16\ (\text{cm})$

17) 27 (cm^2)
오른쪽 그림에서 점 D를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 그으면 △OAD와 △OCD의 높이가 같다.
$\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$이므로
$\triangle OCD = 2\triangle OAD = 2 \times 3 = 6\ (\text{cm}^2)$ ← ①
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 △ABD = △ACD이고
△OAB = △ABD − △OAD
= △ACD − △OAD
= △OCD
$= 6\ (\text{cm}^2)$ ← ②
또, 점 B를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 그으면 △OAB와 △OCB의 높이가 같다.
$\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$이므로
$\triangle OCB = 2\triangle OAB = 2 \times 6$
$= 12\ (\text{cm}^2)$ ← ③
①, ②, ③에서
□ABCD
= △OAD + △OCD + △OAB + △OCB
= 3 + 6 + 6 + 12
$= 27\ (\text{cm}^2)$ ← ④

해결 과정	① △OCD의 넓이를 구한다.	4점
	② △OAB의 넓이를 구한다.	4점
	③ △OCB의 넓이를 구한다.	3점
답 구하기	④ □ABCD의 넓이를 구한다.	3점

18) (1), (4)
(1) 두 정오각형의 각 변의 길이의 비는 일정하므로 항상 닮음이다.
(2) 두 부채꼴의 중심각의 크기가 다를 수 있으므로 항상 닮음이 아니다.
(3) 두 원기둥의 높이가 다를 수 있으므로 항상 닮음이 아니다.
(4) 두 정육면체의 각 모서리의 길이의 비는 일정하므로 항상 닮음이다.

19) 56 (cm)
$\overline{CD} : \overline{GH} = \overline{CD} : 16 = 1 : 2$
$\therefore \overline{CD} = 8\ (\text{cm})$
$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이) $= 2 \times (6 + 8)$
$= 28\ (\text{cm})$
$\overline{BC} : \overline{FG} = 6 : \overline{FG} = 1 : 2$
$\therefore \overline{FG} = 12\ (\text{cm})$
$\therefore$ (□EFGH의 둘레의 길이) $= 2 \times (12 + 16)$
$= 56\ (\text{cm})$

20) $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$, $\angle E = 40°$

21) $16\pi\ (\text{cm})$
두 원뿔 A, B의 닮음비가 $9 : 12 = 3 : 4$이므로 원뿔 B의 밑면의 반지름의 길이를 $x$cm라고 하면
$6 : x = 3 : 4$

$\therefore x=8$

따라서 원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times 8=16\pi$ (cm)이다.

22) 20

$\triangle ABD\backsim\triangle CAD$이므로

$\overline{BD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{CD}$

$x:12=12:9$

$\therefore x=16$

$\overline{AB}:\overline{CA}=\overline{AD}:\overline{CD}$

$y:15=12:9$

$\therefore y=20$

23) 15 (cm)

$\angle ABC'+\angle AC'B=90°$이고

$\angle AC'B+\angle DC'E=90°$이므로

$\angle ABC'=\angle DC'E$

$\angle DC'E+\angle C'ED=90°$이므로

$\angle AC'B=\angle C'ED$

따라서 $\triangle ABC'\backsim\triangle DC'E$이므로

$\overline{AB}:\overline{DC'}=\overline{AC'}:\overline{DE}$, $9:\overline{DC'}=12:4$

$\therefore \overline{DC'}=3$ (cm)

$\therefore \overline{BC'}=\overline{BC}=\overline{AD}$

$=\overline{AC'}+\overline{DC'}$

$=12+3=15$ (cm)

24) 6

점 C가 닮음의 중심이므로

$\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{CD}:\overline{CG}$

$9:x=6:4$

$\therefore x=6$

25) $\frac{9}{2}$ (cm)

$\square ABCD\backsim\square HIJA$이므로

$\overline{AB}:\overline{HI}=\overline{AD}:\overline{HA}$

$\overline{AB}:3=10:4$

$\therefore \overline{AB}=\frac{15}{2}$(cm)

$\square ABCD\backsim\square AEFG$이므로

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AD}:\overline{AG}$

$\frac{15}{2}:\overline{AE}=10:16$

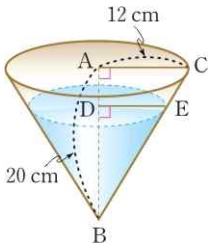
$\therefore \overline{AE}=12$ (cm)

$\therefore \overline{BE}=\overline{AE}-\overline{AB}$

$=12-\frac{15}{2}=\frac{9}{2}$ (cm)

26) $555\pi(\text{cm}^3)$

물이 그릇 높이의 $\frac{3}{4}$만큼 채워져 있으므로



$\overline{DB}=20\times\frac{3}{4}$

$=15$ (cm)

오른쪽 그림에서 $\overline{AC}\parallel\overline{DE}$

이므로 $\angle CAB=\angle EDB$

이고, $\angle ABC$는 공통인 각이다.

따라서 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$는 닮은 도형이고, 닮음비는

$20:15=4:3$이므로

$\overline{AC}:\overline{DE}=12:\overline{DE}=4:3$

$\therefore \overline{DE}=9$ (cm)

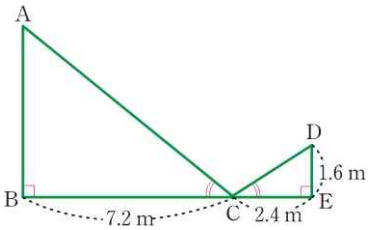
이때, 더 부어야 하는 물의 양은 그릇의 부피에서 채워진 물의 부피를 뺀 것이므로

$\left(\frac{1}{3}\times\pi\times 12^2\times 20\right)-\left(\frac{1}{3}\times\pi\times 9^2\times 15\right)$

$=960\pi-405\pi$

$=555\pi(\text{cm}^3)$

27) $4.8m$



$\angle ACB=\angle DCE$이고, $\angle B=\angle D=90°$이다.

따라서 $\triangle ABC\backsim\triangle DEC$이므로

$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EC}$

$\overline{AB}:1.6=7.2:2.4$

$\therefore \overline{AB}=4.8$ (m)

따라서 나무의 높이는 4.8 m이다.

28) 4.5

점 B를 지나고 $\overline{DA}$와 평행한 직선이 $\overline{CA}$의 연장선과 만나는 점을 E라고 하면

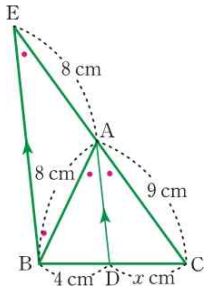
$\angle CAD = \angle AEB$ (동위각)

$\angle BAD = \angle ABE$ (엇각)

따라서 $\angle AEB = \angle ABE$이므로

$\overline{AB} = \overline{AE} = 8$ (cm)

또, $\angle CEB = \angle CAD$이고, $\angle C$는 공통인 각이므로



$\triangle ADC \backsim \triangle EBC$

$\therefore \overline{CA} : \overline{CE} = \overline{CD} : \overline{CB}$

$9 : 17 = x : x+4$

$\therefore x = 4.5$

29) $\frac{35}{4}$ (cm)

$\overline{AD} = \overline{DE} = 7$ (cm)이므로

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$

$= 7 + 8 = 15$ (cm)

$\overline{BC} = \overline{AB} = 15$ (cm)이므로

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE}$

$= 5 + \overline{CE} = 15$(cm)

$\therefore \overline{CE} = 10$ (cm)

$\angle BDE + \angle BED = 120°$이고

$\angle BED + \angle FEC = 120°$이므로

$\angle BDE = \angle FEC$

$\angle FEC + \angle EFC = 120°$이므로

$\angle BED = \angle EFC$

$\therefore \triangle DBE \backsim \triangle ECF$

$\overline{BD} : \overline{CE} = \overline{DE} : \overline{EF}$에서

$8 : 10 = 7 : \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = \frac{35}{4}$ (cm)

$\therefore \overline{AF} = \overline{EF} = \frac{35}{4}$ (cm)

30) 6 (cm^2)

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$이므로

$\overline{AC} : \overline{HC} = \overline{BC} : \overline{AC}$

$15 : 9 = \overline{BC} : 15$

$\therefore \overline{BC} = 25$ (cm)

$\therefore \overline{BH} = \overline{BC} - \overline{CH}$

$= 25 - 9 = 16$ (cm)

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$이므로

$\overline{BH} : \overline{AH} = \overline{AH} : \overline{CH}$

$16 : \overline{AH} = \overline{AH} : 9$

$\overline{AH}^2 = 144$

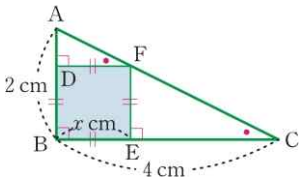
$\therefore \overline{AH} = 12$ (cm)

$\therefore \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 16 \times 12$

$= 96$ (cm^2)

31) $\frac{16}{9}$ (cm^2)

정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면



$\overline{AD} = 2 - x$

$\overline{EC} = 4 - x$

또, $\triangle ADF \backsim \triangle FEC$이므로

$\overline{AD} : \overline{FE} = \overline{DF} : \overline{EC}$

$(2-x) : x = x : (4-x)$

$x^2 = (2-x)(4-x)$

$\therefore x = \frac{4}{3}$

$\therefore \square DBEF = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$

$= \frac{16}{9}$ (cm^2)

32) 15 (cm)

점 P는 닮음의 중심이므로

$\overline{PF} : \overline{PB} = \overline{FG} : \overline{BC}$

$4 : 10 = 6 : \overline{BC}$

$\therefore \overline{BC} = 15$ (cm)

점 Q는 닮음의 중심이므로

$\overline{QD} : \overline{QL} = \overline{BC} : \overline{JK}$

$12 : 6 = 15 : \overline{JK}$

$\therefore \overline{JK} = 15$ (cm)

33) 답 ①

(A4의 가로의 길이) = 2 × (A6의 가로의 길이),

(A4의 세로의 길이) = 2 × (A6의 세로의 길이)

즉, A4와 A6의 가로, 세로의 길이의 비는 2 : 1이므로 닮음비는 2 : 1이다.

34) 답 ④

④ $\overline{BC}$의 대응하는 변은 $\overline{EF}$이므로

$\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{DF}$에서

$\overline{BC}:\overline{EF}=15:9=5:3$이다.

35) 답 ②

$\overline{AB}:\overline{GH}=9:6=3:2$이므로 두 도형의 닮음비는 $3:2$이다.

$\overline{AC}:\overline{GI}=3:2$에서

$x:8=3:2$

$\therefore x=12$

$\overline{AD}:\overline{GJ}=3:2$에서

$15:y=3:2$

$\therefore y=10$

36) 10

$\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\overline{AB}:\overline{DB}=12:8=3:2$

$\overline{BC}:\overline{BA}=18:12=3:2$

$\angle B$는 공통인 각

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이다.

$\therefore \overline{AC}:\overline{DA}=3:2$

$15:x=3:2$

$\therefore x=10$

37) 답 ④

④ $\overline{OA}:\overline{OD}=\overline{AB}:\overline{DE}$

38) 답 ⑤

$\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서

$\angle BAC=\angle E$

$\angle C$는 공통인 각

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$이다.

$\overline{BA}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{DC}$에서

$3:\overline{DE}=5:10$

$\therefore \overline{DE}=6\ (\text{cm})$

$\overline{CA}:\overline{CE}=\overline{BC}:\overline{DC}$에서

$6:\overline{CE}=5:10$

$\therefore \overline{CE}=12\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{CE}+\overline{DE}=12+6$

$=18\ (\text{cm})$

39) 9 (cm)

점 B는 닮음의 중심이므로

$\overline{BC}:\overline{BF}=\overline{DC}:\overline{GF}$

$8:12=6:\overline{GF}$

$\therefore \overline{GF}=9\ (\text{cm})$

40) 6 (cm)

점 C를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이

$\overline{AE}$와 만나는 점을 F라고 하면 ← ①

$\angle ABE=\angle FCE$

$\angle E$는 공통

이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle FCE$이다. ← ②

$\overline{AB}:\overline{FC}=\overline{BE}:\overline{CE}$

$8:\overline{FC}=16:12$

$\therefore \overline{FC}=6\ (\text{cm})$ ← ③

$\angle DAF=\angle CFA$ (엇각)이므로

$\angle CAF=\angle CFA$

$\triangle ACF$에서 두 각의 크기가 같으므로

$\overline{AC}=\overline{FC}$ ← ④

$\therefore \overline{AC}=6\ (\text{cm})$ ← ⑤

해결 과정	① 점 C를 지나는 평행선을 그린다.	2점
	② 닮음인 두 삼각형을 찾는다.	3점
	③ $\overline{FC}$의 길이를 구한다.	3점
	④ $\overline{AC}=\overline{FC}$임을 안다.	2점
답 구하기	⑤ $\overline{AC}$의 길이를 구한다.	2점

41) 2

$\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서

$\overline{AC}:\overline{DC}=9:3=3:1$

$\overline{BC}:\overline{EC}=12:4=3:1$

$\angle C$는 공통인 각 ← ①

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$이다. ← ②

닮음비가 $3:1$이므로

$\overline{AB}:\overline{DE}=3:1$ ← ③

$6:x=3:1$

$\therefore x=2$ ← ④

해결 과정	① $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서 대응하는 두 변의 길이와 끼인각의 크기를 비교한다.	4점
	② $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$가 닮음임을 안다.	2점
	③ 대응하는 변을 이용하여 식을 세운다.	3점
답 구하기	④ x의 값을 구한다.	2점

42) $\frac{32}{3}$

$\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서

$\angle BAC = \angle ADC = 90°$

$\angle C$는 공통인 각 ← ①

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$이다. ← ②

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{DC}$ ← ③

$x+6 : 10 = 10 : 6$

$x+6 = \frac{50}{3}$

$\therefore x = \frac{32}{3}$ ← ④

해결 과정	② $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서 대응하는 두 각의 크기를 비교한다.	4점
	② $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$가 닮음임을 안다.	3점
	③ 대응하는 변을 이용하여 식을 세운다.	3점
답 구하기	④ x의 값을 구한다.	3점

43) $\frac{16}{3}$

$\overline{BC} = \overline{AC} = 10\ (\text{cm})$이므로

$\overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE}$

$= 10 - 2$

$= 8\ (\text{cm})$ ← ①

$\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\angle B = \angle C = 60°$ ……㉠ ← ②

$\triangle DBE$에서 $\angle DBE = 60°$이므로

$\angle BDE + \angle BED = 120°$

$\angle DEF = 60°$이므로

$\angle BED + \angle CEF = 120°$

$\therefore \angle BDE = \angle CEF$ ……㉡ ← ③

㉠, ㉡에서 $\triangle BDE \backsim \triangle CEF$이므로 ← ④

$\overline{BD} : \overline{CE} = \overline{BE} : \overline{CF}$

$x : 8 = 2 : 3$

$\therefore x = \frac{16}{3}$ ← ⑤

해결 과정	① $\overline{CE}$의 길이를 구한다.	2점
	② $\angle B = \angle C$임을 안다.	2점
	③ $\angle BDE = \angle CEF$임을 안다.	4점
	④ $\triangle BDE$와 $\triangle CEF$가 닮음임을 안다.	4점
답 구하기	⑤ x의 값을 구한다.	3점

44) (1) 10 (2) 18 (cm^2)

(1) 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이므로 $x = 9$이다.

또, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로

$y : 5 = 2 : 1$ $\therefore y = 10$

(2) $\triangle ABC$가 직각삼각형이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AB}$

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 12 = 108\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle GDC = \frac{1}{6} \times \triangle ABC$

$= \frac{1}{6} \times 108 = 18\ (\text{cm}^2)$

45) $\frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

$\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$이므로 $\triangle DBE \backsim \triangle ABC$이고, 두 삼각형의 닮음비는 $3 : 4$이다.

따라서 두 삼각형의 넓이의 비는 $3^2 : 4^2 = 9 : 16$이므로

$\triangle DBE : 8 = 9 : 16$

$\therefore \triangle DBE = \frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

46) $6\pi(\text{cm}^3)$

두 원기둥 A, B의 닮음비가 $6 : 3 = 2 : 1$이다.

따라서 두 원기둥의 부피의 비는 $2^3 : 1^3 = 8 : 1$이므로

(A의 부피) : (B의 부피) $= 8 : 1$

48π : (B의 부피) $= 8 : 1$

$\therefore$ (B의 부피) $= 6\pi(\text{cm}^3)$

47) $27 : 125$

두 정팔면체 A, B의 각 면은 닮은 도형이고, 넓이의 비는 $9 : 25 = 3^2 : 5^2$이므로 닮음비는 $3 : 5$이다.

따라서 두 정팔면체 A, B의 부피의 비는

$3^3 : 5^3 = 27 : 125$이다.

48) $x = 4$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$에서

$8 : x = 2 : 1$ $\therefore x = 4$

49) $4 : 9$

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비가 $2 : 3$이므로 넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$이다.

50) $1 : 8$

직육면체 ㉮와 ㉯의 닮음비가 $1 : 2$이므로 부피의 비는 $1^3 : 2^3 = 1 : 8$이다.

51) $x=4,\ y=4$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GQ}=2:1$에서

$8:x=2:1 \qquad \therefore x=4$

또, 점 Q는 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{BQ}=6\ (\mathrm{cm})$이다.

$\overline{PG}\ /\!/\ \overline{BQ}$이므로

$\overline{AQ}:\overline{AG}=\overline{BQ}:\overline{PG}$

$12:8=6:y \qquad \therefore y=4$

52) $24\ (cm)$

삼각형의 중점 연결 정리에 의하여

$\triangle ABD$, $\triangle CDB$에서 $\overline{BD}=14\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{EH}=7\ (\mathrm{cm})$, $\overline{FG}=7\ (\mathrm{cm})$

$\triangle DAC$, $\triangle BCA$에서 $\overline{AC}=10\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{EF}=5\ (\mathrm{cm})$, $\overline{HG}=5\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\square EFGH$의 둘레의 길이는

$7+7+5+5=24\ (\mathrm{cm})$

53) $60\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle BDG$에서 $\overline{BE}=\overline{GE}$이므로

$\triangle BDG=2\times\triangle BDE=2\times5=10\ (\mathrm{cm}^2)$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle ABC=6\times\triangle BDG=6\times10=60\ (\mathrm{cm}^2)$

54) $32\ (cm^2)$

$\triangle ADE$와 $\triangle ABC$의 닮음비가 $3:5$이므로 넓이의 비는 $3^2:5^2=9:25$이다.

$\triangle ADE:\triangle ABC=9:25$에서

$18:\triangle ABC=9:25 \qquad \therefore \triangle ABC=50\ (\mathrm{cm}^2)$

따라서 $\square DBCE$의 넓이는

$\triangle ABC-\triangle ADE=50-18=32\ (\mathrm{cm}^2)$

55) $184\ (\mathrm{cm}^3)$

두 사면체 A, B의 닮음비가 $2:3$이므로 부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$이다.

(A의 부피) : (B의 부피)$=8:27$에서

(A의 부피) $:621=8:27$

$\therefore$ (A의 부피)$=184\ (\mathrm{cm}^3)$

56) $\dfrac{8}{3}\ (cm)$

$\overline{AB}\ /\!/\ \overline{DC}$이므로 $\triangle ABP\backsim\triangle CDP$이다.

$\overline{AP}:\overline{PC}=\overline{AB}:\overline{DC}$에서

$\overline{AP}:\overline{PC}=4:8=1:2$

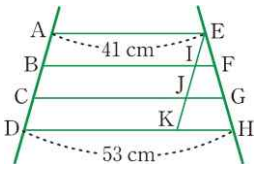
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}\ /\!/\ \overline{PQ}$이므로

$\overline{AC}:\overline{PC}=\overline{AB}:\overline{PQ}$

$3:2=4:\overline{PQ} \qquad \therefore \overline{PQ}=\dfrac{8}{3}\ (\mathrm{cm})$

57) $94\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 A~H를 정하고 점 E를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$와 만나는 점을 각각 I, J, K라고 하면 $\square ADKE$는 평행사변형이다.



따라서 $\overline{DK}=\overline{AE}=41\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{KH}=\overline{DH}-\overline{DK}=53-41=12\ (\mathrm{cm})$이다.

$\triangle EKH$에서 $\overline{IF}\ /\!/\ \overline{KH}$이므로

$\overline{EF}:\overline{EH}=\overline{IF}:\overline{KH}$

$1:3=\overline{IF}:12$

$\therefore \overline{IF}=4\ (\mathrm{cm})$

$\triangle EJG$에서 $\overline{IF}\ /\!/\ \overline{JG}$이므로

$\overline{EF}:\overline{EG}=\overline{IF}:\overline{JG}$

$1:2=4:\overline{JG}$

$\therefore \overline{JG}=8\ (\mathrm{cm})$

따라서 새로 만들어야 될 다리의 길이는 각각

$\overline{BF}=\overline{BI}+\overline{IF}=41+4=45\ (\mathrm{cm})$,

$\overline{CG}=\overline{CJ}+\overline{JG}=41+8=49\ (\mathrm{cm})$

이고 그 합은 $45+49=94\ (\mathrm{cm})$이다.

58) $6\ (cm)$

$\triangle AFG$에서 삼각형의 중점 연결 정리에 의하여

$\overline{FG}=2\overline{DE}=2\times6=12\ (\mathrm{cm})$

$\triangle DBE$에서 삼각형의 중점 연결 정리에 의하여

$\overline{FP}=\dfrac{1}{2}\overline{DE}=\dfrac{1}{2}\times6=3\ (\mathrm{cm})$

$\triangle DCE$에서 삼각형의 중점 연결 정리에 의하여

$\overline{QG}=\dfrac{1}{2}\overline{DE}=\dfrac{1}{2}\times6=3\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{FG}-(\overline{FP}+\overline{QG})=6\ (\mathrm{cm})$

59) $7\ (\mathrm{cm}^2)$

점 A와 점 E를 연결하면 점 F는 $\triangle ABE$의 무게중심이고,

$\triangle ACE = \triangle ABC = 21\ cm^2$이므로

$$\triangle FCE = \frac{1}{3} \times \triangle ACE = \frac{1}{3} \times 21 = 7\ (cm^2)$$

60) $1000\ (cm^2)$

렌즈에서 필름까지의 거리와 스크린까지의 거리의 비는 $20 : 200 = 1 : 10$이다.

슬라이드 필름과 영상의 닮음비가 $1 : 10$이므로

넓이의 비는 $1^2 : 10^2 = 1 : 100$이다.

따라서 슬라이드 필름의 넓이가 $10\ cm^2$이므로 영상의 넓이는 $10 \times 100 = 1000\ (cm^2)$이다.

61) $\frac{935}{9}\ (cm^2)$

㉠에 의하여 새로 생긴 정삼각형은 원래 정삼각형과 닮음이고 닮음비는 $1 : 3$이므로 넓이의 비는 $1^2 : 3^2 = 1 : 9$이다.

<그림 1>의 정삼각형의 넓이를 S, <그림 2>에서 새로 만들어지는 한 정삼각형의 넓이를 S_1이라고 하면

$S_1 : S = 1 : 9$에서

$S_1 : 81 = 1 : 9 \qquad \therefore S_1 = 9\ (cm^2)$

같은 방법으로 <그림 3>에서 새로 만들어지는 한 정삼각형의 넓이를 S_2라고 하면

$S_2 : S_1 = 1 : 9$에서

$S_2 : 9 = 1 : 9 \qquad \therefore S_2 = 1\ (cm^2)$

같은 방법으로 <그림 4>에서 새로 만들어지는 한 정삼각형의 넓이를 S_3라고 하면 $S_3 : S_2 = 1 : 9$에서

$S_3 : 1 = 1 : 9 \qquad \therefore S_3 = \frac{1}{9}\ (cm^2)$

따라서 <그림 4>의 도형의 넓이는

$$S + 2S_1 + 4S_2 + 8S_3$$
$$= 81 + (2 \times 9) + (4 \times 1) + \left(8 \times \frac{1}{9}\right) = \frac{935}{9}\ (cm^2)$$

62) 320 g, 135 g, 40 g

세 원기둥 모양의 빵은 모두 닮은 도형이고, 지름의 길이의 비가

$40 : 30 : 20 = 4 : 3 : 2$

이므로 부피의 비는 $4^3 : 3^3 : 2^3 = 64 : 27 : 8$

이다. 총 반죽의 무게가 495 g이므로

(밑면의 지름의 길이가 40 cm인 케이크의 무게)

$$= 495 \times \frac{64}{64 + 27 + 8} = 320\ (g)$$

(밑면의 지름의 길이가 30 cm인 케이크의 무게)

$$= 495 \times \frac{27}{64 + 27 + 8} = 135\ (g)$$

(밑면의 지름의 길이가 20 cm인 케이크의 무게)

$$= 495 \times \frac{8}{64 + 27 + 8} = 40\ (g)$$

따라서 나눠야 하는 반죽은 각각 320 g, 135 g, 40 g이다.

63) 답 ④

④ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$

64) 답 ③

$x : 4.5 = 4 : 6 \qquad \therefore x = 3$

65) 답 ②

① $6 : 4 \neq 8 : 6$이므로 $\overline{AB}$와 $\overline{EF}$는 평행하지 않다.

② $4.5 : 6 = 6 : 8$이므로 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이다.

③ $6 : 4.5 \neq 4 : 6$이므로 $\overline{BC}$와 $\overline{DF}$는 평행하지 않다.

④ $\overline{BC}$와 $\overline{DF}$가 평행하지 않으므로 $\triangle ABC$와 $\triangle ADF$는 닮은 도형이 아니다.

66) 답 ③

$\overline{AD} = \overline{DB}$이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{AE} = \overline{EC}$이다.

$\therefore x = 5$

67) 답 ①

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$$\overline{GD} = \frac{1}{3} \times \overline{AD} = \frac{1}{3} \times 18 = 6\ (cm)$$

점 G'은 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$$\overline{GG'} = \frac{2}{3} \times \overline{GD} = \frac{2}{3} \times 6 = 4\ (cm)$$

68) 답 ④

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$이고 닮음비는 $8 : 12 = 2 : 3$이다.

이때, $\triangle ADE$와 $\triangle ABC$의 넓이의 비는

$2^2 : 3^2 = 4 : 9$이므로

$\triangle ADE : \triangle ABC = 4 : 9$에서

$16 : \triangle ABC = 4 : 9$

$\therefore \triangle ABC = 36\ (cm^2)$

따라서 $\square CEDB$의 넓이는

$\triangle ABC - \triangle ADE = 36 - 16 = 20\ (cm^2)$

69) 답 ④

두 원기둥 A, B의 닮음비가 $4:6=2:3$이므로 겉넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$이다.

따라서 원기둥 A의 겉넓이가 $60\ \text{cm}^2$이므로

$60:$(원기둥 B의 겉넓이)$=4:9$

$\therefore$ (원기둥 B의 겉넓이)$=135\ (\text{cm}^2)$

70) 답 $\frac{15}{2}$ cm

$\triangle CAE$에서 $\overline{AE}\ /\!/\ \overline{DF}$이므로

$\overline{CD}:\overline{DA}=\overline{CF}:\overline{FE}$

$4:6=2:\overline{FE}$ $\quad\therefore \overline{FE}=3\ (\text{cm})$

$\triangle CAB$에서 $\overline{AB}\ /\!/\ \overline{DE}$이므로

$\overline{CD}:\overline{DA}=\overline{CE}:\overline{BE}$

$4:6=5:\overline{BE}$ $\quad\therefore \overline{BE}=\frac{15}{2}\ (\text{cm})$

71) 풀이 참조

$\triangle ABD$에서 점 E는 $\overline{AB}$의 중점이고 $\overline{EP}\ /\!/\ \overline{AD}$이므로 삼각형의 중점 연결 정리에 의하여 점 P는 $\overline{BD}$의 중점이다.

$\therefore \overline{EP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 4=2\ (\text{cm})$ ← ①

$\triangle ACD$에서 점 F는 $\overline{DC}$의 중점이고 $\overline{QF}\ /\!/\ \overline{AD}$이므로 삼각형의 중점 연결 정리에 의하여 점 Q는 $\overline{AC}$의 중점이다.

$\triangle ABC$에서 점 E와 Q는 각각 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 중점이므로 삼각형의 중점 연결 정리에 의하여

$\overline{EQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ ← ②

이때, $\overline{EQ}=\overline{EP}+\overline{PQ}=2+1=3\ (\text{cm})$이므로 ← ③

$3=\frac{1}{2}\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=6\ (\text{cm})$ ← ④

해결 과정	① $\overline{EP}$의 길이를 구한다.	4점
	② 삼각형의 중점 연결 정리를 이용 하여 $\overline{EQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}$임을 안다.	4점
	③ $\overline{EQ}$의 길이를 구한다.	2점
답 구하기	④ $\overline{BC}$의 길이를 구한다.	2점

72) 풀이 참조

$\overline{BC}$와 $\overline{FG}$는 대응하는 변이므로

두 사각형의 닮음비는

$\overline{BC}:\overline{FG}=4:6=2:3$ ← ①

따라서 두 사각형의 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$ ← ②

$\square ABCD$의 넓이가 $12\ \text{cm}^2$이므로

$12:\square EFGH=4:9$ ← ③

따라서 $\square EFGH$의 넓이는 $27\ \text{cm}^2$이다. ← ④

해결 과정	① 닮은 두 사각형의 닮음비를 구한다.	3점
	② 두 사각형의 넓이의 비를 구한다.	3점
	③ 넓이의 비를 이용한 식을 세운다.	3점
답 구하기	④ $\square EFGH$의 넓이를 구한다.	2점

73) 풀이 참조

$\triangle ODA$와 $\triangle OBC$에서 $\overline{AD}\ /\!/\ \overline{BC}$이므로

$\angle AOD=\angle BOC$

$\angle OAD=\angle OCB$

$\therefore \triangle ODA\backsim\triangle OBC$ ← ①

또, 두 삼각형의 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{BC}=8:12=2:3$ ← ②

따라서 두 삼각형의 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$ ← ③

$\triangle OBC$의 넓이가 $36\ \text{cm}^2$이므로

$\triangle ODA:36=4:9$ ← ④

따라서 $\triangle ODA$의 넓이는 $16\ \text{cm}^2$이다. ← ⑤

해결 과정	① 닮은 두 삼각형을 찾는다.	3점
	② 두 삼각형의 닮음비를 구한다.	3점
	③ 두 삼각형의 넓이의 비를 구한다.	3점
	④ 넓이의 비를 이용한 식을 세운다.	2점
답 구하기	⑤ $\triangle ODA$의 넓이를 구한다.	2점

74) 풀이 참조

$\triangle GBC$와 $\triangle GED$에서

$\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$

$\overline{CG}:\overline{GD}=2:1$

$\angle BGC=\angle DGE$

이므로 $\triangle GBC\backsim\triangle GED$이다. ← ①

또, 두 삼각형의 닮음비는 $\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$ ← ②

이고, 두 삼각형의 넓이의 비는

$2^2:1^2=4:1$이다. ← ③

$\triangle GED$의 넓이가 $6\ \text{cm}^2$이므로 $\triangle GBC:6=4:1$

따라서 $\triangle GBC$의 넓이는 $24\ \text{cm}^2$이다. ← ④

$\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$이므로 $\triangle GBC:\triangle EGC=2:1$

$24:\triangle EGC=2:1$

$\therefore \triangle EGC=12\ (\text{cm}^2)$ ← ⑤

따라서 $\triangle EBC=24+12=36\ (\text{cm}^2)$이고,

$\overline{AE}=\overline{CE}$이므로 $\triangle ABE=\triangle EBC=36\ (cm^2)$이다.

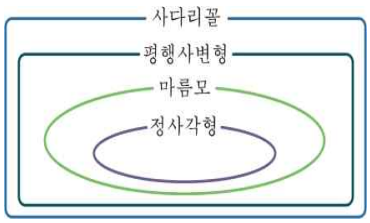
$\triangle ABC=\triangle ABE+\triangle EBC$에서

$\triangle ABC=36+36=72\ (cm^2)$ ⬅ ⑥

해결 과정	① 닮은 두 삼각형을 찾는다.	3점
	② 두 삼각형의 닮음비를 구한다.	2점
	③ 두 삼각형의 넓이의 비를 구한다.	2점
	④ △GBC의 넓이를 구한다.	2점
	⑤ △EBC의 넓이를 구한다.	3점
답 구하기	⑥ △ABC의 넓이를 구한다.	3점

75) 마름모

네 사람이 말한 사각형들의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 그리면 다음 그림과 같다. 세 사람의 말이 옳고 한 사람의 말이 틀리므로 칠판에 그려진 사각형은 마름모이다. 왜냐하면 마름모는 평행사변형과 사다리꼴이라고 말할 수 있지만 정사각형이라고 말할 수 없다.



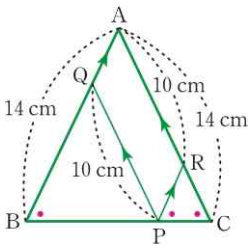
76) $4\ (cm)$

오른쪽 그림에서 $\overline{AQ}\ /\!/\ \overline{RP}$, $\overline{AR}\ /\!/\ \overline{QP}$이므로 □AQPR는 평행사변형이고,

$\overline{AC}=\overline{AB}=14\ (cm)$,

$\overline{AR}=\overline{QP}=10\ (cm)$

$\therefore \overline{RC}=\overline{AC}-\overline{AR}=14-10=4\ (cm)$



한편, $\overline{AB}\ /\!/\ \overline{RP}$이므로

$\angle B=\angle RPC$ (동위각) ……①

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$ ……②

①, ②로부터 $\angle RPC=\angle C$이므로

$\overline{RP}=\overline{RC}=4\ (cm)$

77) 풀이 참조

[가정] 평행사변형 ABCD에서 $\angle BAC=\angle DAC$

[결론] □ABCD는 마름모

[증명] $\overline{AD}\ /\!/\ \overline{BC}$이므로

$\angle BCA=\angle DAC$ (엇각) ……①

$\angle BAC=\angle DAC$ (가정) ……②

①, ②에서 $\angle BAC=\angle BCA$이므로

$\triangle BCA$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고, □ABCD가 평행사변형이므로 네 변의 길이가 모두 같아져 □ABCD는 마름모가 된다.

78) $3\,cm$

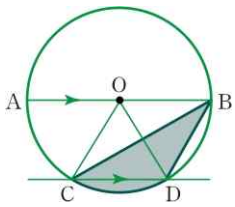
오른쪽 그림에서 $\overline{AB}\ /\!/\ \overline{CD}$이므로

$\triangle OCD=\triangle BCD$

$\therefore$ (부채꼴 OCD의 넓이)

=(색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{3}{2}\pi\ (cm^2)$



한편, 호 CD의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{6}$이므로 전체 원의 넓이는 부채꼴 OCD의 넓이의 6배이다.

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=6\times\frac{3}{2}\pi$

$=9\pi\ (cm^2)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

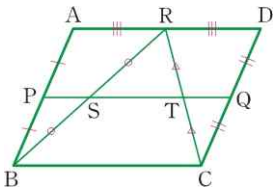
79) $48\ (cm^2)$

□APQD에서

$\overline{AP}\ /\!/\ \overline{DQ}$, $\overline{AP}=\overline{DQ}$

이므로 □APQD는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AD}\ /\!/\ \overline{PQ}$



따라서 $\triangle BAR$에서 중점 연결 정리에 의하여 점 S는 $\overline{RB}$의 중점이다.

한편, $\overline{ST}\ /\!/\ \overline{BC}$이므로 $\triangle RST\backsim\triangle RBC$이고 두 닮은 삼각형의 닮음비는 $\overline{RS}:\overline{RB}=1:2$

따라서 $\triangle RST:\triangle RBC=1^2:2^2=1:4$이고

$\triangle RST=6\ cm^2$이므로

$\triangle RBC=6\times4=24\ (cm^2)$

$\therefore$ □ABCD$=2\triangle RBC=48\ (cm^2)$

80) (1) $80°$ (2) $5:3$

(1) □ABCD$\backsim$□EBFG이므로 $\angle BFG=\angle C$

$\therefore \angle BFG=80°$

(2) $\overline{BC}:\overline{BF}=25:15=5:3$

따라서 □ABCD와 □EBFG의 닮음비는 $5:3$이다.

81) 풀이 참조

(1) $\triangle ABC\backsim\triangle AED$

⇨ 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

(2) $\triangle ABC\backsim\triangle EDC$

⇨ 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

(3) $\triangle ABC \backsim \triangle CBD$

⇨ 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

82) $x=6,\ y=6$

$\triangle ABE$와 $\triangle CDE$에서

$\angle BAE = \angle DCE,\ \angle AEB = \angle CED$

이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle CDE$이고, 닮음비는

$\overline{AB} : \overline{CD} = 10 : 15 = 2 : 3$이다.

$\overline{BE} : \overline{ED} = 2 : 3$이고, $\overline{EF} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 3$, 즉 $\overline{BF} : \overline{BC} = 2 : 5$

$x : 15 = 2 : 5 \qquad \therefore x = 6$

또, $\overline{EF} : \overline{DC} = \overline{BF} : \overline{BC}$이므로

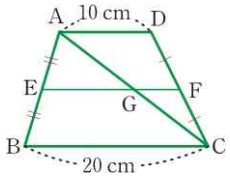
$y : 15 = 2 : 5 \qquad \therefore y = 6$

83) 15 (cm)

$\overline{AC}$가 $\overline{EF}$와 만나는 점을 G라고 하면

$\triangle ABC$에서 점 E는 $\overline{AB}$의 중점이고

$\overline{EG} /\!/ \overline{BC}$이므로



$\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 10\ (\text{cm})$

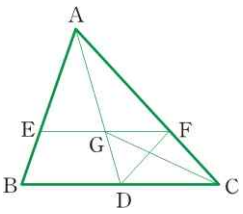
$\triangle ACD$에서 점 F는 $\overline{CD}$의 중점이고 $\overline{AD} /\!/ \overline{GF}$이므로

$\overline{GF} = \frac{1}{2}\overline{AD} = 5\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 10 + 5 = 15\ (\text{cm})$

84) 36 (cm^2)

$\overline{EF} /\!/ \overline{BC}$이므로



$\triangle GDC = \triangle FDC$

$\therefore \triangle GDC = 6\ (\text{cm}^2)$

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로

$\triangle AGC : \triangle GDC = 2 : 1$

$\triangle AGC : 6 = 2 : 1$

$\therefore \triangle AGC = 12\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ADC = \triangle AGC + \triangle GDC$

$= 18\ (\text{cm}^2)$

또, $\overline{BD} = \overline{CD}$이므로 $\triangle ABD = \triangle ADC$

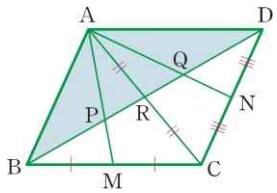
$\therefore \triangle ABD = 18\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$

$= 36\ (\text{cm}^2)$

85) 30 (cm^2)

오른쪽 그림에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점 을 R라고 하면 □ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$는 서로 다른 것을 이등분한다. 따라서



$\overline{AR} = \overline{CR},\ \overline{BR} = \overline{DR} = 6\ (\text{cm})$이다.

점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BP} : \overline{PR} = 2 : 1$

$\therefore \overline{BP} = 6 \times \frac{2}{3} = 4\ (\text{cm}),$

$\overline{PR} = 6 \times \frac{1}{3} = 2\ (\text{cm})$

점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\overline{DQ} : \overline{QR} = 2 : 1$

$\therefore \overline{DQ} = 6 \times \frac{2}{3} = 4\ (\text{cm}),$

$\overline{QR} = 6 \times \frac{1}{3} = 2\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{PQ} = \overline{PR} + \overline{QR} = 4\ (\text{cm})$이고,

$\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$이므로

$\triangle ABD = 3\triangle ABP = 30\ (\text{cm}^2)$

86) 48 (m)

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\overline{BE} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{AC}$

$7 : 42 = 8 : \overline{AC} \quad \therefore \overline{AC} = 48\ (\text{m})$

87) 4 : 1

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle AED = \angle B,\ \angle A$는 공통인 각

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$이고, 닮음비는

$\overline{AB} : \overline{AE} = 8 : 4 = 2 : 1$

따라서 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$의 넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$

88) 6250원

작은 종이컵과 큰 종이컵의 닮음비가 3 : 5이므로 부피의 비는

$3^3 : 5^3 = 27 : 125$

작은 종이컵에 담긴 음료수의 가격이 1350원이므로

1350 : (큰 종이컵에 담긴 음료수의 가격) = 27 : 125

따라서 큰 종이컵에 담긴 음료수의 가격은 6250 원이다.