제 1 과 적분법

시험에서는 이런 부분을 준비하자

· 교과서의 공식을 바탕으로 기본적인 다항함수의 적분법에 관한 문제를 풀어 보아야 한다.
· 다항함수의 정적분에 관한 이론과 의미를 정확하게 이해해야 한다.
· 삼각함수, 지수함수, 로그함수 등의 기본적인 부정적분을 계산할 수 있어야 한다.
· 치환적분과 부분적분에 관한 정적분의 문제를 많이 풀어 보아야 한다.
· 정적분과 미분과의 관계를 이용하여 정적분으로 표시된 함수의 미분에 관한 유형의 문제를 풀어 보아야 한다.
· 기출문제를 중심으로 다항함수의 적분법을 응용한 다양한 추론 문제를 풀어 보아야 한다.
· 적분법을 이용하여 넓이와 회전체의 부피를 구할 수 있어야 한다.
· 절대값을 포함한 함수의 정적분에 관한 문제, 정적분으로 표시된 함수의 미분, 실생활과 연관된 속도, 거리에 관한 문제를 풀어 보아야 한다.

부정적분

$f(x)$ 의 부정적분의 하나를 $F(x)$ 라 하면

$\int f(x)dx = F(x) + C$ (C 는 임의의 상수)

부정적분의 공식

n 이 0 또는 양의 정수이고 k 가 상수일 때

[Ⅰ] $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (단, $n \neq -1$)

[Ⅱ] $\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$

[Ⅲ] $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

[Ⅳ] $\int \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

삼각함수의 부정적분

[Ⅰ] $\int \sin x\, dx = -\cos x + C$ [Ⅱ] $\int \cos x\, dx = \sin x + C$

[Ⅲ] $\int \sec^2 x\, dx = \tan x + C$

[Ⅳ] $\int \operatorname{cosec} x \cot x\, dx = -\operatorname{cosec} x + C$

[Ⅴ] $\int \sec x \tan x\, dx = \sec x + C$

[Ⅵ] $\int \operatorname{cosec}^2 x\, dx = -\cot x + C$

초월함수의 부정적분

[Ⅰ] $\int e^x dx = e^x + C$

[Ⅱ] $\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C$ (단, $a>0$, $a \neq 1$)

[Ⅲ] $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$

[Ⅳ] $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)| + C$

치환적분법

$g(x) = t$ 라 할 때, $\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$

삼각치환법 (단, $a>0$)

(1) $\sqrt{a^2 - x^2}$ 의 꼴은 $x = \sin\theta$ $(-\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2})$로 치환

(2) $\sqrt{a^2 + x^2}$ 의 꼴은 $x = \tan\theta$ $(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$로 치환

부분적분법

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

29. 정적분법의 기본 정리

$F'(x) = f(x)$ 이면,

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

30. 정적분의 공식

[Ⅰ] $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ (k : 상수)

[Ⅱ] $\int_a^b \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

[Ⅲ] $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

[Ⅳ] $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

[Ⅴ] $\int_a^a f(x)dx = 0$

[Ⅵ] $\int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(x)dx$

치환적분법에 의한 정적분

함수 $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고, $x = g(t)$ 가 구간 $[\alpha, \beta]$ 에서 연속인 도함수를 가지며, 또 $g(\alpha) = a$, $g(\beta) = b$ 이면

$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f\{g(t)\}g'(t)dt$$

부분적분의 공식

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

<참고> 로그함수, 다항함수, 삼각함수, 지수함수

← $f(x)$ $g'(x)$→

우함수 · 기함수

[Ⅰ] 우함수

① $f(x) = f(-x)$
② y축에 대하여 대칭
③ 상수함수 또는 차수가 짝수인 항으로 이루어진 함수

[Ⅱ] 기함수

① $f(x) = -f(-x)$
② x축에 대하여 대칭
③ 차수가 홀수인 항으로 이루어진 함수

[Ⅲ] 우함수와 기함수의 정적분

$y = f(x)$ 가 주어져 있고, $a>0$ 일 때

① $f(x)$ 가 우함수(짝수함수)이면

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$$

② $f(x)$ 가 기함수(홀수함수)이면 $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$

정적분의 계산

[Ⅰ] $\int_\alpha^\beta a(x-\alpha)(x-\beta)dx = -\frac{a}{6}(\beta-\alpha)^3$

[Ⅱ] $\int_\alpha^\beta a(x-\alpha)^2(x-\beta)dx = -\frac{a}{12}(\beta-\alpha)^4$

[Ⅲ] $\int_\alpha^\beta a(x-\alpha)^2(x-\beta)^2dx = \frac{a}{30}(\beta-\alpha)^5$

부정적분과 미분

[Ⅰ] $\int\left(\frac{d}{dx}f(x)\right)dx=f(x)+C$

[Ⅱ] $\frac{d}{dx}\left(\int f(x)dx\right)=f(x)$

정적분으로 표시된 함수의 미분 (1)

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$$

정적분으로 표시된 함수의 미분 (2)

[Ⅰ] $\frac{d}{dx}\int_a^x (t^2+t+1)f(t)dt=(x^2+x+1)f(x)$

[Ⅱ] $\frac{d}{dx}\int_a^x xf(t)dt=\int_a^x f(t)dt+xf(x)$

[Ⅲ] $\frac{d}{dx}\int_a^x (x-t)f(t)dt=\int_a^x f(t)dt$

정적분과 극한

[Ⅰ] $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_a^{x+a}f(t)dt=f(a)$

[Ⅱ] $\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt=f(a)$

구분구적법

어떤 도형의 넓이 또는 부피를 구할 때, 넓이 또는 부피를 알고 있는 기본 도형으로 주어진 도형을 세분화 하여 근사값을 구하고, 이 근사값의 극한으로 그 도형의 넓이 또는 부피를 구하는 방법을 구분구적법이라고 한다.

정적분과 무한급수

a , b , k가 상수이고 $f(x)$가 연속함수일 때

[Ⅰ] $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(a+\frac{b-a}{n}k\right)\frac{b-a}{n}=\int_a^b f(x)dx$

[Ⅱ] $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n}=\int_0^1 f(x)dx$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{a}{n}k\right)\frac{a}{n}=\int_0^a f(x)dx$

[Ⅲ] $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(a+\frac{p}{n}k\right)\frac{p}{n}=\int_a^{a+p}f(x)\,dx=\int_0^p f(x+a)dx$

곡선과 x, , y축 사이의 넓이

[Ⅰ]곡선과 x축 사이의 넓이 :

함수 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=a$, $x=b$ $(a<b)$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_a^b|f(x)|dx$ 이다.

[Ⅱ]곡선과 y축 사이의 넓이 :

함수 $x=f(y)$와 y축 및 직선 $y=c$, $y=d$ $(c<d)$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_c^d|f(y)|dy$ 이다.

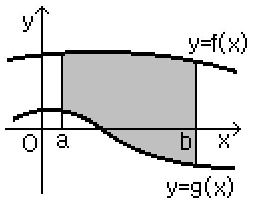
두 곡선 사이의 넓이

구간 $[a,\ b]$에서 두 곡선

$y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 $x=a$, $x=b$ $(a<b)$

로 둘러싸인 도형의 넓이를 S라 하면

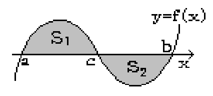
$$S=\int_a^b\{f(x)-g(x)\}dx$$



등적 공식

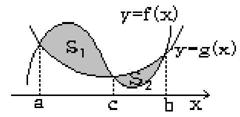
[Ⅰ] 왼쪽 그림에서 $S_1=S_2$이면

$$\int_a^b f(x)dx=0$$



[Ⅱ]왼쪽 그림에서 $S_1=S_2$이면

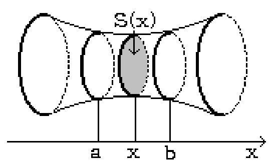
$$\int_a^b\{f(x)-g(x)\}dx=0$$



일반 입체의 부피

입체를 x축 위의 점 x에서 x축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면적을 $S(x)$라하고 두 직선 $x=a$에서 $x=b$ $(a<b)$까지의 입체의 체적을 V라 하면

$$V=\int_a^b S(x)dx$$



회전체의 부피

[Ⅰ]곡선 $y=f(x)$ $(a\le x\le b)$를 x축 둘레로 회전시킨 회전체의 부피 V_x는 $V_x=\pi\int_a^b y^2dx=\pi\int_a^b\{f(x)\}^2dx$

[Ⅱ]곡선 $x=g(y)$ $(c\le y\le d)$를 y축 둘레로 회전시킨 회전체의 부피 V_y는 $V_y=\pi\int_c^d x^2dy=\pi\int_c^d\{g(y)\}^2dy$

[Ⅲ]두 곡선$y=f(x)$, $y=g(x)$ (단, $f(x)\ge g(x)\ge 0$)및 두 직선 $x=a$, $x=b$(단, $a<b$)로 둘러싸인 도형을 x축 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피 V는 $V=\pi\int_a^b\{f(x)\}^2dx-\pi\int_a^b\{g(x)\}^2dx$

$=\pi\int_a^b[\{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2]dx$

위치

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)$이고 $t=t_0$에서의 점 P의 위치를 x_0라 할 때,

(1) 시각 t에서의 점 P의 위치 $x=x_0+\int_{t_0}^t v(t)dt$

(2) $t=a$에서 $t=b$까지의 점P의 위치의 변화량은 $\int_a^b v(t)dt$ 이다.

(3)$t=a$에서 $t=b$까지의 점P의 실제로 움직인 거리 $S=\int_a^b|f(t)|dt$

거리, 속도, 가속도의 관계

거리 $\underset{\text{적분}}{\overset{\text{미분}}{\Leftrightarrow}}$ 속도 $\underset{\text{적분}}{\overset{\text{미분}}{\Leftrightarrow}}$ 가속도

동점의 이동거리

좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x,y)$의 시각 t에서의 위치를 $x=f(t)$, $y=g(t)$라고 하면, 시각 a에서 b까지 P가 움직인 거리 S는 $S=\int_a^b\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=\int_a^b\sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$

곡선의 길이

(1)곡선 $x=f(t)$, $y=g(t)$ (단, $a\le t\le b$)의 길이 l

$$l=\int_a^b\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=\int_a^b\sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$$

(2)곡선 $y=f(x)$(단, $a\le t\le b$)의 길이 l은$l=\int_a^b\sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$

제 2과 순열과 조합

시험에서는 이런 부분을 준비하자

· 교과서의 공식을 바탕으로 기본적인 경우의 수를 구할 수 있도록 공식과 연관된 문제를 모두 풀어보아야 한다.

· 다양한 문제를 풀어 보면 순열, 중복순열, 조합 등을 이용하여 문제의 조건을 만족하는 경우의 수를 쉽게 구할 수 있다.

·문제의 조건에 맞는 수형도를 그려 규칙을 찾으려 해야 한다.

·주어진 상황에 맞는 규칙을 찾으려 노력해야 한다. 모든 경우를 나열하다 보면 규칙을 발견하는 경우도 있다.

경우의 수

두 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n 일 때,

[i] 합의 법칙 : 두 사건 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$(가지) 이다.

[ii] 곱의 법칙 : 사건 A 가 일어나고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $m \times n$(가지) 이다.

순열의 뜻

[i] 서로 다른 n 개에서 $r\,(n \geq r)$개를 택하여 나열하는 것을 n 에서 r 개를 택하는 순열이라 하고, 기호로 ${}_nP_r$와 같이 나타낸다.

[ii] ${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0 < r \leqq n$)

[iii] ${}_nP_n = n!,\ {}_nP_0 = 1,\ 0! = 1$

중복순열

[i] n개의 서로 다른 것에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 순열을 중복순열이라 하고, 그 가짓수는 ${}_n\Pi_r = n^r$

[ii] 두 집합 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_r\}$, $Y = \{y_1, y_2, \cdots, y_n\}$ 에 대하여

① X에서 Y로의 함수의 개수 : ${}_n\Pi_r = n^r$

② X에서 Y로의 일대일 함수의 개수 : ${}_nP_r$

같은 것을 포함하는 순열의 수

n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, r개,$\cdots$ 모두 n개가 있을 때, 이들 n개 모두를 일렬로 배열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!\,q!\,r!\cdots\cdots} \text{ (단, } p+q+r+\cdots = n)$$

원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\dfrac{{}_nP_n}{n} = (n-1)!$

조합의 뜻

서로 다른 n개 중에서 순서를 생각하지 않고 r 개를 택할 때, 이것을 n 에서 r 개를 택하는 조합이라 하고, 기호로 ${}_nC_r$ 로 나타냄

조합의 수

[i] ${}_nC_r = \dfrac{{}_nP_r}{r!} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ (단, $0 \leq r \leq n$)

[ii] ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$

[iii] ${}_nC_n = {}_nC_0 = 1$

[iv] ${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$ (단, $n \geq 2$)

중복조합의 뜻

서로 다른 n개 중에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 조합 (여러 개가 될 수 있는 놈에서 중복하여 뽑기)을 중복조합이라고 하고, 기호로 ${}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$ 로 나타냄

중복조합의 활용

① 방정식 $x+y+z=n$ (n은 자연수)에서

i) 음이 아닌 정수해의 개수 : ${}_3\mathrm{H}_n = {}_{3+n-1}\mathrm{C}_n$

ii) 양의 정수해의 개수 : ${}_3\mathrm{H}_{n-3} = {}_{3+(n-3)-1}\mathrm{C}_{n-3}$ (단, $n \geqq 3$)

② $(a+b+c)^n$ (n은 자연수)을 전개할 때, 생기는 서로 다른 항의 개수는 ${}_3\mathrm{H}_n = {}_{3+n-1}\mathrm{C}_n$

이항정리

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k\, a^k b^{n-k}$$

이항계수의 성질(1)

[i] ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots\cdots + {}_nC_n = 2^n$

[ii] ${}_nC_0 + {}_nC_2 + {}_nC_4 + \cdots\cdots$

$= {}_nC_1 + {}_nC_3 + {}_nC_5 + \cdots\cdots = 2^{n-1}$

[iii] ${}_nC_1 + 2\cdot{}_nC_2 + 3\cdot{}_nC_3 + \cdots + n\cdot{}_nC_n = n\cdot 2^{n-1}$

[iv] ${}_nC_0 + \dfrac{{}_nC_1}{2} + \dfrac{{}_nC_2}{3} + \cdots\cdots + \dfrac{{}_nC_n}{n+1} = \dfrac{2^{n+1}-1}{n+1}$

이항계수의 성질(2)

$${}_nC_0^{\,2} + {}_nC_1^{\,2} + {}_nC_2^{\,2} + \cdots\cdots + {}_nC_n^{\,2} = {}_{2n}C_n$$

제 3과 확 률

시험에서는 이런 부분을 준비하자

· 순열과 조합의 기본적인 성질을 이용하면 확률을 쉽게 구할 수 있다.

· 확률의 덧셈정리와 곱셈정리를 이용하여 확률을 구하는 다양한 문제들을 풀어 보아야 한다.

· 배반사건, 여사건, 독립사건, 종속사건, 조건부 확률 등의 다양한 확률의 성질을 알아야 한다.

· 실생활과 연관된 다양한 문제들을 풀어보면 쉽게 해결 할 수 있다.

확률의 덧셈정리

[i] $A \cap B \neq \varnothing$ 일 때, (A, B가 배반사건이 아닐 때) A 또는 B 중 적어도 어느 한 쪽이 일어나는 사건 $A \cup B$의 확률 $P(A \cup B)$는

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

[ii] $A \cap B = \varnothing$ 일 때, (A, B가 배반사건일 때) A 또는 B 중 어느 것이 일어나는 사건 $A \cup B$의 확률 $P(A \cup B)$는

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

여사건의 정리

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

조건부 확률

[i]사건 A가 일어났을 때, 사건 B가 일어날 확률을 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부 확률이라 하며, $P(A \mid B)$ 로 나타낸다.

[ii] $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (단, $P(A) > 0$)

확률의 곱셈정리

사건 A가 일어나는 확률을 P(A), A가 일어났을 때 사건 B가 일어나는 확률을 $P(B \mid A)$, B가 일어났을 때 사건 A가 일어나는 확률을 $P(A \mid B)$ A와 B가 모두 일어나는 확률을 $P(A \cap B)$ 라고 하면,

$$P(A \cap B) = P(A)\cdot P(B \mid A) = P(B)\cdot P(A \mid B)$$

독립사건의 곱셈정리

두 사건 A, B가 서로 독립이면

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)\ (\text{단},\ P(A)\neq 0,\ P(B)\neq 0)$$

독립시행의 정리

[ⅰ] 어떤 시행을 반복하는 경우 매회 일어나는 사건이 서로 독립일 때, 이런 시행을 독립시행이라고 한다.

[ⅱ] 한 번의 시행에서 사건 A가 일어날 확률을 p라고 할 때, n회의 독립시행에서 사건 A가 r회 일어날 확률 P_r은

$$P_r={}_nC_r\,p^r q^{n-r}\ (\text{단},\ q=1-p,\ r=0,1,2,\cdots,n)$$

제 4 과 통 계

시험에서는 이런 부분을 준비하자

· 통계에 관한 교과서의 기본 공식을 확실하게 알아야 합니다. 또한 이를 활용하여 간단한 이항분포의 평균과 표준편차를 구할 수 있어야 한다.

· 주어진 확률변수들의 관계식을 이용하여 평균,분산,표준편차를 구할 수 있어야 한다.

· 주어진 자료를 이요하여 확률분포를 만들어 평균과 분산을 구할 수 있어야 합니다. 기출 문제를 중심으로 확률분포를 만들어 보자.

·표본평균을 이용하여 모집단의 평균을 추정하는 문제를 풀어 보아야 한다.

이산확률변수의 평균과 표준편차

확률변수 X의 확률분포가 아래와 같을 때

$X=x_i$	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_n	계
$P(X=x_i)$	p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n	1

평균(기대값) $E(X)=\sum_{i=}^{n}x_ip_i=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$

분산 $V(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i=\sum_{i=1}^{n}x_i^{\,2}p_i-m^2$

$=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

표준편차 $\delta(X)=\sqrt{V(X)}$

평균값의 성질

$Y=aX+b$일 때

$$E(Y)=E(aX+b)=aE(X)+b$$

분산, 표준편차의 성질

[ⅰ] $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

[ⅱ] $V(aX+b)=a^2V(X)$ (a, b는 상수)

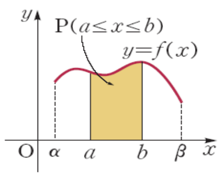
[ⅲ] $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$ (a, b는 상수)

확률밀도함수의 성질

구간 $\alpha\leq X\leq\beta$의 모든 값을 가지는 연속확률변수 X의 확률밀도함수를 $f(x)$라 하면

[ⅰ] $f(x)\geq 0$ (단, $\alpha\leq X\leq\beta$)

[ⅱ] $y=f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이는 1이다.



[ⅲ] $P(a\leq X\leq b)$는 구간 $a\leq X\leq b$에서 $y=f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이이다.

즉 $P(a\leq X\leq b)=\int_a^b f(x)\,dx$

연속확률변수의 평균과 분산 및 표준편차

(1) 평균 : $m=E(X)=\int_\alpha^\beta xf(x)\,dx$

(2) 분산 : $V(X)=\int_\alpha^\beta (x-m)^2f(x)\,dx=\int_\alpha^\beta x^2f(x)\,dx-m^2$

(3) 표준편차 : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

정규분포 곡선의 성질

평균이 m이고 분산이 σ인 정규분포곡선의 성질은

[ⅰ] 직선 $x=m$에 대하여 대칭이다.

[ⅱ] 곡선과 x축 사이의 넓이는 1이다.

[ⅲ] $x=m$일 때 최대값 $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}$을 가지며, x축을 점근선으로 한다

[ⅳ] m의 값이 일정할 때, σ의 값이 커지면 곡선은 양쪽으로 퍼지고 σ의 값이 작아지면 곡선은 뾰쪽하게 된다.

[ⅴ] σ가 일정하고 m이 변하면 대칭축의 위치는 바뀌지만 곡선의 모양은 같다.

표준정규분포

[ⅰ] 확률변수 X가 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따를 때, 확률변수 $Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1^2)$을 따른다.

[ⅱ] $P(x_1\leq X\leq x_2)=P\left(\dfrac{x_1-m}{\sigma}\leq Z\leq\dfrac{x_2-m}{\sigma}\right)$

표준정규분포에서의 확률

$a>0$, $b>0$일 때,

[ⅰ] $P(a\leq Z\leq b)=P(o\leq Z\leq b)-P(0\leq Z\leq a)$

[ⅱ] $P(-a\leq Z\leq 0)=P(o\leq Z\leq a)$

[ⅲ] $P(Z\geq b)=0.5-P(o\leq Z\leq b)$

이항분포

한 번의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p일 때, n번의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라고 하면, X의 확률분포는 $P(X)={}_nC_rp^rq^{n-r}(r=0,1,2,\cdots,n,\ \ q=1-p)$이다. 이러한 X의 확률분포를 이항분포라 하고, $B(n,\ p)$로 나타낸다.

이항분포의 평균값·표준편차

확률변수 X가 이항분포 $B(n,\ p)$를 따를 때

[ⅰ] 평균 $E(X)=np$ [ⅱ] 분산 $V(X)=npq$

[ⅲ] 표준편차 $\sigma(X)=\sqrt{npq}$ (단, $q=1-p$)

이항분포와 정규분포의 관계

확률변수 X가 이항분포 $B(n,\ p)$를 따를 때 , n이 충분히 크면 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(np,\ npq)$를 따른다.

표본평균 $\overline{X}$의 분포

모집단이 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따르면 표본평균 $\overline{X}$의 분포는 정규분포 $N\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$를 따른다.

표준정규분포를 이용한 5단계 풀이법

(1) m과 σ구하기 : 평균(m)과 표준편차(σ)를 구한다.

(2) X 에 관한 식 : X 에 관한 식으로 나타낸다.

(3) z값 구하기 : 표준측도 $z=\dfrac{X-m}{\sigma}$로 변환한다.

(4) 그래프 그리기 : 영역을 표시한다.

(5) 확률 구하기 : 정규분포표를 이용하여 확률을 계산한다.

통계조사의 기본 용어

⑴ 모집단 : 조사 대상이 되는 자료 전체를 모집단이라고 한다.

⑵ 표본 : 모집단 가운데 조사하기 위하여 뽑은 자료를 표본이라 하고, 표본의 개수를 표본의 크기라고 한다.

⑶ 전수조사 : 조사의 대상이 되는 자료 전체를 빠짐없이 조사하는 것

⑷ 표본조사 : 자료의 일부만을 택하여 조사함으로써 전체를 추측하는 조사

⑸ 추출 : 모집단에서 표본을 뽑는 것을 추출 또는 샘플링이라 한다.

① 복원추출 : 1개의 자료를 뽑고, 뽑은 것을 다시 넣으면서 뽑는 방법

② 비복원추출 : 뽑은 것을 다시 넣지 않는 방법

⑹ 임의추출 : 모집단에서 표본을 추출할 때, 어느 특정한 것을 택하지 않고, 모집단의 각 원소가 같은 확률로 추출되는 추출법을 임의추출이라 하고, 임의추출된 표본을 임의표본이라 한다.

(7) 추정 : 모집단의 특성을 알지 못할 때, 표본에서 얻은 정보를 이용하여 모집단의 특성을 추측하는 것

모평균 m의 신뢰구간

모집단이 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$ 을 따르고 크기가 n 인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, 모평균 m 에 대한 신뢰구간은

[i] 신뢰도 95% 일 때 $\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

[ii] 신뢰도 99% 일 때 $\overline{X}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

모평균 m의 신뢰구간의 길이

[i] 신뢰도 95% 일 때, 신뢰구간의 길이 = $2\times1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ii] 신뢰도 99% 일 때, 신뢰구간의 길이 = $2\times2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

모비율의 분포

모비율이 p이고 표본의 크기 n이 충분히 클 때, 표본비율 $\hat{p}$의 분포는 정규분포 $N\left(p,\ \frac{pq}{n}\right)$에 가까워지고 $Z=\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$는 근사적으로 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다. (단, $q=1-p$)

모비율의 신뢰구간

표본비율을 $\hat{p}$이라 할 때, 표본의 크기 n이 충분히 크면 모비율 p의 신뢰구간은 (단, $\hat{q}=1-\hat{p}$)

① 신뢰도 95% : $\left[\hat{p}-1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p}+1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right]$

② 신뢰도 99% : $\left[\hat{p}-2.58\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p}+2.58\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right]$